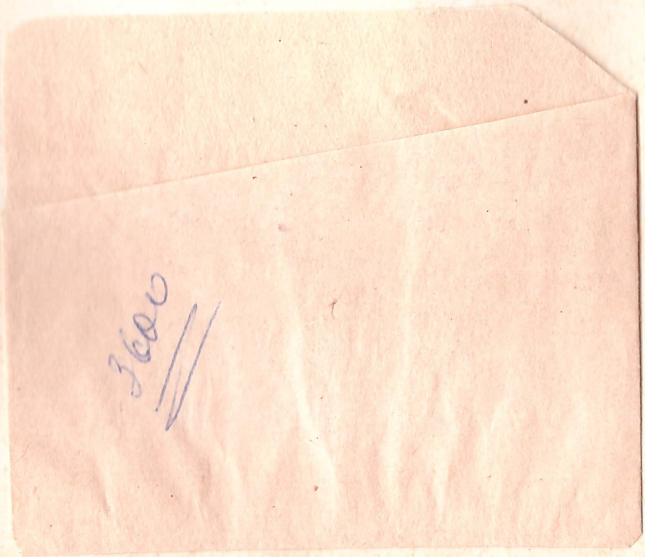
621.37
М 159

М. И. МАКЛЮКОВ

# ИНЖЕНЕРНЫЙ СИНТЕЗ АКТИВНЫХ RC-ФИЛЬТРОВ НИЗКИХ И ИНФРАНИЗКИХ ЧАСТОТ

·ЭНЕРГИЯ·


3600

621.37
M159

БИБЛИОТЕКА ПО РАДИОЭЛЕКТРОНИКЕ

*Выпуск 32*

М. И. МАКЛЮКОВ

# ИНЖЕНЕРНЫЙ СИНТЕЗ АКТИВНЫХ RC-ФИЛЬТРОВ НИЗКИХ И ИНФРАНИЗКИХ ЧАСТОТ

06-05
81-7
087132
Научно-техническая библиотека Киевского механического завода
84-17

«ЭНЕРГИЯ»
МОСКВА 1971

6Ф2
М 15
УДК 621.372.542.2

**Маклюков М. И.**

М 15 Инженерный синтез активных *RC*-фильтров низких и инфранизких частот. М., «Энергия», 1971 г.

(Б-ка по радиоэлектронике. Вып. 32).
184 с. с ил.

Книга посвящена вопросам инженерного расчета и проектирования активных *RC*-фильтров низких и инфранизких частот методами синтеза фильтров по заданным частотным характеристикам. В основу расчетов положены аппроксимации идеальных амплитудно-частотных характеристик фильтров полиномами Баттерворта, Чебышева и Лежандра. Основное внимание уделяется методике расчета по заданной избирательности с обеспечением стабильности характеристик.

Книга предназначена для широкого круга инженерно-технических работников, занимающихся вопросами спектрального анализа и селекции низкочастотных сигналов, а также для студентов вузов.

3-4-1
291-71

6Ф2

*Михаил Ильич Маклюков*

**Инженерный синтез активных *RC*-фильтров низких и инфранизких частот**

Редактор *А. В. Корсаков*
Редактор издательства *В. А. Солдатенков*
Корректор *Г. Г. Желтова*
Технический редактор *М. П. Осипова*

Сдано в набор 24/V 1971 г. Подписано к печати 20/X 1971 г. Т-16827
Формат 84×108¹/₃₂ Бумага типографская № 2
Усл. печ. л. 9,66 Уч.-изд. л. 10,2
Тираж 8 000 экз. Цена 51 коп. Зак. 200

Издательство „Энергия". Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10.

Московская типография № 10 Главполиграфпрома
Комитета по печати при Совете Министров СССР.
Шлюзовая наб., 10.

# Введение

## В-1. Общие сведения об активных *RC*-фильтрах

Вопросы теории расчета и конструирования активных *RC*-фильтров в настоящее время привлекают внимание широкого круга разработчиков радиоэлектронной аппаратуры. Это обусловлено тем, что во многих областях науки и техники (радиотехника, акустика, различные отрасли машиностроения, сейсмография и океанография, медицина и т. д.) исследуются процессы, имеющие спектры в диапазоне низких и инфранизких частот.

При проведении исследований часто возникает необходимость в различного рода частотной селекции сигналов, осуществляемой электрическими фильтрами.

Индуктивно-емкостные фильтры неприменимы в диапазоне инфранизких частот вследствие низкой избирательности, неприемлемых габаритов и веса, подверженности воздействию магнитных полей.

Пассивные *RC*-фильтры имеют малые габариты и в диапазоне низких частот, но для обеспечения достаточно высокой избирательности требуют большого числа элементов и громоздких схемных структур. Кроме того, для них характерно большое затухание в полосе пропускания.

Объединение пассивных *RC*-цепей с электронными устройствами образует активные *RC*-фильтры, в которых обеспечивается высокая избирательность при достаточно малых весе и габаритах. Они, кроме того, в настоящее время являются единственным классом электрических фильтров, имеющих высокую избирательность в диапазоне инфранизких частот.

Первые работы по активным *RC*-фильтрам появились в конце 40-х годов. Одна из них [Л. 1] рассматривает фильтры верхних и нижних частот, в которых требуемые амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) реализу-

ются путем включения $RC$-схем в цепь отрицательной обратной связи. Хотя фильтры [Л. 1] несовершенны по избирательности и схемному исполнению, данный принцип построения активных фильтров получил развитие в [Л. 2—4 и др.], где выполнен более точный анализ схем, получены расчетные зависимости и внесен ряд схемных усовершенствований.

В процессе поиска средств повышения избирательности однозвенных фильтров в цепях обратной связи стали применяться более сложные $RC$-схемы. Так, например, в [Л. 5—7] рассматриваются $RC$-схемы типа двойных $T$-мостов и их схемные преобразования для построения фильтров различных типов. Путем добавления к двойному $T$-мосту интегрирующей цепочки $R_0C_0$ получают фильтр нижних частот (ФНЧ), которым можно регулировать наклон АЧХ изменением величины резистора $R_0$.

Большое значение для развития схемотехники активных $RC$-фильтров имела работа [Л. 8], посвященная вопросам практических методов их разработки. В ней рассмотрены схемы звеньев различных типов, позволяющие выполнить фильтры всех видов. В звеньях в качестве активных элементов применяются усилители напряжения, взаимодействующие с $RC$-цепями с помощью отрицательной или положительной обратных связей. В последнем случае используются относительно простые и стабильные усилители без поворота фазы с близкими к единице коэффициентами передачи типа катодных или эмиттерных повторителей.

В [Л. 9—11 и др.] проанализированы схемы фильтров на катодных повторителях, изложена методика их расчета и приведены АЧХ.

В большинстве работ вопросы построения и расчета активных $RC$-фильтров излагались с позиций анализа предложенных схем. Существенным недостатком такого подхода к решению задачи является несовершенство методики расчета фильтров, которая не позволяет спроектировать фильтр по заданной характеристике и приблизить число его элементов к минимально возможному.

Эти задачи решаются методами синтеза.

Синтез любой электрической цепи начинается с представления характеристики, заданной для этой цепи, в виде некоторой функции независимого переменного и произвольных параметров, удовлетворяющей условиям фи-

зической реализуемости. При синтезе фильтров исходной функцией является АЧХ, имеющая в идеальном случае постоянный коэффициент передачи в полосе пропускания и равный нулю в полосе задерживания. Так как функция такого вида физически не реализуема, необходимо ее аппроксимировать. Нахождение функций, приближающихся с заданной точностью к идеальной и отвечающих требованиям физической реализуемости, является первой задачей синтеза, решаемой методами приближения функций.

Одной из первых в синтезе фильтров стала применяться аппроксимация полиномами Баттерворта, обеспечивающая максимально плоские АЧХ фильтров. Наибольшую точность приближения она имеет в окрестности нуля, а при подходе к границе полосы пропускания возрастает и становится наибольшей на частоте среза.

Наиболее совершенны виды аппроксимаций, основанные на приближениях по Чебышеву. Число элементов цепей, синтезируемых на их основе, близко к минимально возможному, поэтому функции с чебышевскими свойствами играют большую роль в синтезе фильтров.

Решение аппроксимационных задач, разрабатываемых на протяжении довольно длительного времени, позволяли синтезировать фильтры с заданными частотными и временными характеристиками.

В настоящее время большое внимание уделяется разработке оптимальных методов синтеза электрических цепей, с помощью которых удается проектировать цепи, наилучшие в смысле заранее определенного критерия. Оптимальные методы синтеза используют широкие возможности современной вычислительной техники, и следует ожидать, что они в недалеком будущем станут рабочим инструментом инженера [Л. 53].

Второй этап синтеза состоит в нахождении схемы фильтра и расчета ее элементов. Для этой задачи характерна неоднозначность решения, так как физически реализуемой функции соответствует множество схем. Для активных RC-фильтров структура схемы и подход к ее расчету в значительной мере определяются видом активного элемента. При выборе его разработчик может руководствоваться самыми разнообразными критериями: весом, габаритами, частотным и динамическим диапазонами, чувствительностью к дестабилизирующим факторам, технологичностью и т. д. Поэтому этап реализа-

ции в синтезе активных *RC*-фильтров включает целый комплекс инженерных задач.

Большой интерес к развитию методов реализации аппроксимирующих функций активными *RC*-цепями вызвал появление значительного количества работ, многие из которых [Л. 18—22 и др.] стали классическими. Но, несмотря на это, ряд вопросов расчета и конструирования активных *RC*-фильтров низких и инфранизких частот нуждается в систематизации и методологическом развитии; в предлагаемой работе этим вопросам уделено основное внимание.

## В-2. Основные характеристики фильтров и требования, предъявляемые к ним

Электрическим фильтром называется линейный четырехполюсник, предназначенный для выделения из сложного колебания частотных составляющих, расположенных в заданной области частот, и подавления частотных составляющих, расположенных в другой, также заданной области частот.

Основными характеристиками любого фильтра являются полосы пропускания и задерживания, т. е. те области частот, в которых производятся выделение и подавление составляющих колебания. Между ними лежит так называемая переходная полоса, в пределах которой затухание фильтра возрастает от значений, допустимых в полосе пропускания, до требуемых в полосе задерживания.

В зависимости от взаимного расположения полос пропускания и задерживания различают следующие типы фильтров:

фильтры нижних частот (ФНЧ);
фильтры верхних частот (ФВЧ);
полосовые фильтры (ПФ);
заграждающие фильтры (ЗФ).

Рассмотрим более подробно параметры фильтров, определяющие их характеристики и служащие исходными данными при расчете. На рис. В-1 представлен общий вид амплитудно-частотных характеристик ФНЧ, ФВЧ и ПФ.

Для большей общности данных характеристик коэффициенты передачи в них нормированы до единицы. Нормализация АЧХ для ФНЧ произведена относительно ко-

эффициента передачи на нулевой частоте $W_н(0)$, для ФВЧ — относительно коэффициента передачи на бесконечно большой частоте $W_в(\infty)$, а для ПФ — относительно коэффициента передачи на средней частоте полосы пропускания $f_с$, $W_п(f_с)$. Основными параметрами, характеризующими фильтры, являются:

частоты среза;

допустимые амплитудно-частотные искажения, или величина неравномерности АЧХ в полосе пропускания;

частотная избирательность.

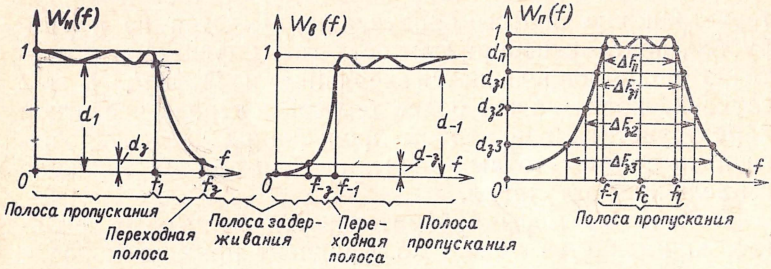



Рис. В-1. Общий вид АЧХ, ФНЧ, ФВЧ и ПФ.

Частоты среза находятся на границе полос пропускания и переходной. Они определяют ширину полос пропускания фильтров, которая для ФНЧ заключена между 0 и $f_1$, в ФВЧ расположена между $f_{-1}$ и $\infty$, а в ПФ — между нижней и верхней частотами среза.

Полоса пропускания ПФ определяется также средней частотой $f_с$, которая связана с частотами среза зависимостью

$$f_с = \sqrt{f_1 f_{-1}}.$$

Величина неравномерности АЧХ в полосе пропускания определяется допустимыми амплитудно-частотными искажениями и с учетом нормализации частотных характеристик выражается следующим образом:

для ФНЧ $d_1 = W_н(f_1)$;

для ФВЧ $d_{-1} = W_в(f_{-1})$;

для ПФ $d_п = W_п(f_1) = W_п(f_{-1})$.

При этом считаем, что величина неравномерности АЧХ внутри полосы пропускания должна быть равна или меньше величины $d_1$, определенной для ее границы.

Неравномерность АЧХ, выраженная в децибелах, определяется как $a_1 = 20 \lg W(f_1, f_{-1})$.

Мерой частотной избирательности фильтров служат ширина переходной полосы частотной характеристики и величина затухания $d_з$, вносимая фильтром на частоте $f_з$, являющейся началом полосы задерживания.

Ширину переходной полосы удобно характеризовать нормированной частотой задерживания $\Omega_з = f_з/f_с$. Величина ослабления $d_з$ определяется значением коэффициента передачи фильтра на частоте затухания, т. е. $d_з = W(f_з)$. Затухание в полосе задерживания определяется как $a_з = 20 \lg W(f_з)$ и измеряется в децибелах.

В большинстве случаев поведение частотной характеристики вне полосы пропускания фильтра не нормируется, поэтому избирательность таких фильтров достаточно полно определяется величинами $\Omega_з$ и $d_з$. В тех случаях, когда важен более точный контроль частотной характеристики вне полосы пропускания, вводится несколько промежуточных значений $\Omega_з$ и соответствующие им величины затухания.

В качестве меры избирательности полосовых фильтров применяется также коэффициент прямоугольности $K_п$, позволяющий оценить степень приближения формы АЧХ к идеальной (прямоугольной).

Коэффициент прямоугольности равен отношению полосы пропускания фильтра, отсчитанной на уровне требуемого затухания в полосе задерживания, к полосе пропускания, отсчитанной на уровне заданной неравномерности АЧХ, т. е.

$$K_{nd з} = \frac{\Delta F_з}{\Delta F_п},$$

где $\Delta F_з$ — полоса пропускания фильтра на уровне $d_з$; $\Delta F_п$ — полоса пропускания фильтра на уровне $d_п$.

Индекс $d_з$ обозначает уровень затухания, для которого определен коэффициент прямоугольности.

Очевидно, что в случае идеального фильтра $K_п = 1$; для реальных фильтров он всегда больше единицы.

Таким образом, избирательность полосовых фильтров достаточно полно характеризуется $K_п$. При нормировании частотной характеристики ПФ вне полосы пропускания задается несколько значений $K_п$ для различных уровней затухания.

Фильтры классифицируются не только по взаимному расположению полос пропускания и задерживания, но и по виду и порядку аппроксимирующих функций, исполь-

зуемых при их синтезе. При данном способе классификации в основу кладется порядок аппроксимирующих функций, содержащих решение задачи синтеза требуемого фильтра. Чем выше порядок аппроксимирующих функций, тем большее затухание достигается в полосе задерживания при заданных требованиях к неравномерности частотных характеристик в полосе пропускания.

Фильтр обычно называют по аппроксимирующему полиному — баттервортовским, чебышевским и т. п.

Требования к фильтрам определяются характером решаемых задач. Основными задачами частотной селекции сигналов, решаемыми с помощью фильтров, являются спектральный анализ колебаний, частотное разделение измеряемых параметров, выделение наиболее информативных участков спектра исследуемых процессов, защита сигналов от помех и т. п. Каждая задача имеет свои специфические особенности, в соответствии с которыми определяются требования к характеристикам фильтров. В настоящее время определилась тенденция к стандартизации требований, предъявляемых к фильтрам определенного типа. С этой целью Международная электротехническая комиссия (МЭК) и Постоянная комиссия по стандартизации СЭВ разработали рекомендации на метрологические характеристики фильтров, предназначенных для анализа звука и вибраций [Л. 40]. В результате этого нормализуется форма АЧХ фильтров, а частоты среза приводятся к единой шкале. При этом полосовые фильтры разбиваются на три группы:

октавные фильтры, для которых справедливы зависимости:

$$f_c = \sqrt{f_1 f_{-1}};\ f_1 = 2f_{-1};$$

$$f_{-1} = \frac{f_c}{\sqrt{2}} = 0{,}7072 f_c;\ f_1 = f_c\sqrt{2} = 1{,}4142 f_c;$$

полуоктавные фильтры, для которых справедливы следующие соотношения между частотами $f_c$, $f_1$, $f_{-1}$:

$$f_c = \sqrt{f_1 f_{-1}};\ f_1 = \sqrt{2} f_{-1};\ f_{-1} = \frac{f_c}{\sqrt[4]{2}} = 0{,}8409 f_c;$$

$$f_1 = f_c \sqrt[4]{2} = 1{,}1892 f_c$$

и третьоктавные фильтры — зависимость между $f_c$, $f_1$, $f_{-1}$ для них определяется соотношениями:

$$f_c = \sqrt{f_1 f_{-1}};\ f_1 = \sqrt[3]{2} f_{-1};$$

$$f_{-1} = \frac{f_c}{\sqrt[6]{2}} = 0{,}8909 f_c;\ f_1 = f_c \sqrt[6]{2} = 1{,}1225 f_c.$$

Очевидно, что при заданной полосе пропускания фильтра его частоты среза однозначно определяются через значение средней частоты, поэтому стандартизация частот настройки фильтров производится относительно $f_c$. Шкала стандартных значений $f_c$ (табл. 1) приводится в [Л. 40] только для звукового диапазона, но она может быть продолжена в сторону инфразвуковых частот путем умножения $f_c$ на соответствующие масштабные коэффициенты.

*Таблица 1*

*Шкала стандартных значений средних частот октавных, полу- и третьоктавных полосовых фильтров*

| Частота, *гц* | Относительная полоса пропускания октавы | | | Частота, *гц* | Относительная полоса пропускания октавы | | | Частота, *гц* | Относительная полоса пропускания октавы | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1/2 | 1/3 | | 1 | 1/2 | 1/3 | | 1 | 1/2 | 1/3 |
| 16 | × | × | × | | | | × | | | | × |
| 18 | | | | | | × | | | | | |
| 20 | | | × | | | | × | | × | × | × |
| 22,4 | | × | | ×10 | | | | ×100 | | | |
| 25 | | | × | | × | × | × | | | | × |
| 28 | | | | | | | | | | × | |
| 31,5 | × | × | × | | | | × | | | | × |
| 35,5 | | | | | | × | | | | | |
| 40 | | | × | | | | × | | × | × | × |
| 45 | | × | | | | | | | | | |
| 50 | | | × | | × | × | × | | | | × |
| 56 | | | | | | | | | | × | |
| 63 | × | × | × | | | | × | | | | × |
| 71 | | | | | | × | | | | | |
| 80 | | | × | ×10 | | | × | ×100 | × | × | × |
| 90 | | × | | | | | | | | | |
| 100 | | | × | | × | × | × | | | | × |
| 112 | | | | | | | | | | × | |
| 125 | × | × | × | | | | × | | | | × |
| 160 | | | × | | | | × | | × | × | × |

АЧХ фильтров определяются несколькими точками в полосе задерживания, координаты которых заданы частотами, нормированными относительно $f_c$, и соответствующими величинами затуханий (табл. 2).

*Таблица 2*

*Таблица величин нормированных частот и затуханий для октавных, полу- и третьоктавных полосовых фильтров*

| Октавный фильтр | | | Полуоктавный фильтр | | | Третьоктавный фильтр | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Частота $\frac{f_c}{f}$ | Затухание $a_1$ и $a_3$, *дб* | Коэффициент прямоугольности $K_п$ | Частота $\frac{f_c}{f}$ | Затухание $a_1$ и $a_3$, *дб* | Коэффициент прямоугольности $K_п$ | Частота $\frac{f_c}{f}$ | Значение $a_1$ и $a_3$, *дб* | Коэффициент прямоугольности $K_п$ |
| $\frac{f_c}{\sqrt{2}}=0{,}7072f_c$<br>$f_c\sqrt{2}=1{,}4142f_c$ | $0{,}5\leqslant a_1\leqslant 3$ | — | $\frac{f_c}{\sqrt[4]{2}}=0{,}8409f_c$<br>$f_c\sqrt[4]{2}=1.1892f_c$ | $0{,}5\leqslant a_1\leqslant 3$ | — | $\frac{f_c}{\sqrt[6]{2}}=0{,}8909f_c$<br>$f_c\sqrt[6]{2}=1{,}1225f_c$ | $0{,}5\leqslant a_1\leqslant 3$ | — |
| $\frac{f_c}{2}$; $2f_c$ | $a_3\geqslant 18$ | $K_{п18дб}\leqslant 2{,}12$ | $\frac{f_c}{\sqrt{2}}=0{,}7072f_c$<br>$f_c\sqrt{2}=1{,}4142f_c$ | $a_3\geqslant 18$ | $K_{п18дб}\leqslant 2$ | $\frac{f_c}{\sqrt[3]{2}}=0{,}7937f_c$<br>$f_c\sqrt[3]{2}=1{,}2599f_c$ | $a_3\geqslant 13$ | $K_{п13дб}\leqslant 2$ |
| $\frac{f_c}{4}$; $4f_c$ | $a_3\geqslant 40$ | $K_{п40дб}\leqslant 4{,}95$ | $\frac{f_c}{4}$; $4f_c$ | $a_3\geqslant 50$ | $K_{п50дб}\leqslant 10$ | $\frac{f_c}{4}$; $4f_c$ | $a_3\geqslant 50$ | $K_{п50дб}\leqslant 16{,}2$ |
| $\frac{f_c}{8}$; $8f_c$ | $a_3\geqslant 60$ | $K_{п60дб}\leqslant 11$ | $\frac{f_c}{8}$; $8f_c$ | $a_3\geqslant 60$ | $K_{п60дб}\leqslant 22{,}5$ | $\frac{f_c}{8}$; $8f_c$ | $a_3\geqslant 60$ | $K_{п60дб}\leqslant 34$ |

Там же приведены значения $K_п$, пересчитанные для каждого уровня затухания.

Аналогичным образом определяются метрологические характеристики фильтров верхних и нижних частот с перестраиваемыми частотами среза [Л. 54]. Различные способы включения позволяют использовать их в четырех режимах:

самостоятельная работа ФНЧ и ФВЧ;

режим полосового фильтра при расходном включении ФНЧ и ФВЧ;

режим разделения полосы частот при совместном включении входов ФНЧ и ФВЧ;

режим заграждающего фильтра при совместном включении входов и выходов ФНЧ и ФВЧ.

Значения частот среза фильтров определяются числовой последовательностью, соответствующей стандартной шкале (табл. 1), а частотные характеристики нормируются в полосе затухания в нескольких точках.

Значения контрольных точек кривой затухания для перестраиваемых ФНЧ и ФВЧ приведены в табл. 3. Нестабильность частотных характеристик ПФ, ФНЧ и ФВЧ в результате воздействия дестабилизирующих факторов не должна превышать $\pm 0{,}5$ *дб*.

*Таблица 3*

*Величины нормированных частот и затуханий для перестраиваемых фильтров нижних и верхних частот*

| ФНЧ | ФВЧ | Нижняя граница увеличения затухания | Верхняя граница увеличения затухания |
|---|---|---|---|
| Частота $\frac{f}{f_1}$ | Частота $\frac{f}{f_{-1}}$ | $a_1$, *дб* | $a_1$, *дб* |
| $\leqslant 0{,}7$ | $\geqslant 1{,}4$ | $-0{,}5$ | $+0{,}5$ |
| 0,34 | 1,19 | $-0{,}5$ | $+1$ |
| 1,0 | 1,0 | $-0{,}5$ | $+6$ |
| 1,4 | 0,7 | $+18$ | $\infty$ |
| 2,8 | 0,35 | $+40$ | $\infty$ |
| $\geqslant 5{,}6$ | $\leqslant 0{,}18$ | $+60$ | $\infty$ |

Эти характеристики дают представление о направлении работ по стандартизации требований к фильтрам, применяемым в некоторых видах измерений. Во многих случаях они могут служить исходными данными для

расчета и конструирования фильтров рассмотренных типов.

Помимо основных требований к избирательности фильтров, к его электрическим характеристикам могут предъявляться дополнительные, определяемые характером решаемой задачи. Например, в случае обработки импульсных сигналов возникают дополнительные требования к линейности фазо-частотной характеристики (ФЧХ) фильтров, которая может быть достигнута либо коррекцией фазовой характеристики фильтра, спроектированного на заданную избирательность, либо нахождением аппроксимирующей функции, отвечающей требованиям к частотной избирательности и фазовым искажениям.

Первый способ усложняет расчет и конструкцию фильтра, особенно в тех случаях, когда фильтр должен быть перестраиваемым. Второй способ, т. е. формулировка и решение аппроксимационной задачи, кардинально решает проблему, но требует от разработчиков соответствующей подготовки и достаточно трудоемок. Если требования, предъявляемые к избирательности фильтра и фазовым искажениям, не слишком жесткие, то задача может быть решена путем выбора аппроксимирующей функции из числа известных. Для этого в первой главе при рассмотрении аппроксимаций для каждого вида аппроксимирующей функции будут рассмотрены АЧХ, ФЧХ, характеристики времени групповой задержки и приведены их графики.

*ГЛАВА ПЕРВАЯ*

# ТИПЫ АППРОКСИМАЦИЙ И АНАЛИЗ СВОЙСТВ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

## 1-1. Общие положения

Нахождение функций, аппроксимирующих с заданной точностью идеальную АЧХ, является первой задачей синтеза фильтров. При этом, как правило, аппроксимирующие функции определяются для ФНЧ. Такой подход не снижает общности результатов и не требует повторения тех же расчетов для фильтров других типов, так как переход к ним осуществляется методом преобразования частоты, который будет рассмотрен ниже.

Второй, не менее важной задачей является реализация найденных аппроксимаций, которые при синтезе с использованием активных элементов типа усилителей удобно рассматривать как передаточные функции. Решение задачи реализации позволяет найти схему фильтра и определить значения его элементов.

Необходимо сказать, что условия физической реализуемости аппроксимирующих функций должны учитываться уже при решении первой задачи. Для выполнения линейной системы, заданной своей передаточной функцией, в виде устойчивой цепи с конечным числом сосредоточенных элементов необходимы следующие условия [Л. 41, 43]:

число нулей и полюсов передаточной функции должно быть конечным;

полюсы должны располагаться в левой полуплоскости $p$ (исключая начало координат); если полюсы простые, то они могут находиться на оси $j\omega$;

число полюсов должно быть не меньше числа нулей.

Возможность нахождения простых полюсов передаточной функции на оси $j\omega$ следует понимать в том смыс-

ле, что реакция такой системы на возмущение ограничена и не представляет собой расходящегося процесса. Для активных $RC$-фильтров этот случай является критическим, соответствующим границе области устойчивости.

Рассматриваемые ниже аппроксимирующие функции физически реализуемы, так как отвечают указанным выше требованиям.

Для идеального ФНЧ передаточная функция определяется постоянным значением модуля в полосе пропускания и равенством его нулю в полосе задерживания. Это условие может быть записано в следующем виде:

$$\left.\begin{aligned} w_i(j\omega) &= Ae^{-j\left(\frac{\omega}{\omega_1}\right)}, \quad 0 \leqslant \frac{\omega}{\omega_1} \leqslant 1, \\ w_i(j\omega) &= 0, \qquad\qquad \frac{\omega}{\omega_1} > 1, \end{aligned}\right\} \tag{1-1}$$

где $\omega_1$ — значение частоты среза.

Если нормированные величины частоты и амплитуды обозначить соответственно $\Omega = \frac{\omega}{\omega_1} = 1$ и $A = 1$, то аппроксимация выражения (1-1) должна производиться функцией, у которой квадрат модуля равен единице в диапазоне частот от нуля до единицы и равен нулю вне этого диапазона. Эти требования являются исходными для задания аппроксимирующих функций.

Следует отметить, что аппроксимирующая функция задается квадратом модуля. Это объясняется свойством квадратной симметрии, присущим квадрату модуля передаточных функций, что позволяет, пользуясь критериями, вытекающими из условий физической реализуемости, найти нули и полюсы, принадлежащие самой передаточной функции [Л. 41].

Действительно, квадрат модуля передаточной функции $W(j\omega)$ равен:

$$|W(j\omega)|^2 = G(\omega^2) = W(j\omega)\,W(-j\omega).$$

Для произвольных значений $p$, ограниченных осью $j\omega$, полученное выражение имеет вид:

$$G(-p^2) = W(p)\,W(-p).$$

Данная функция является четной рациональной функцией $p$ и обладает следующими свойствами. Вследствие

четности ее числителя и знаменателя полюсы и нули $G(-p)^2$ расположены симметрично по квадрантам $p$-плоскости, т. е. функция имеет квадрантную симметрию. Любые ее полюсы и нули на оси $j\omega$ должны иметь четную кратность, причем полюсы должны иметь кратность не более двух.

Переход от функции $G(\omega^2)$ к $W(p)$ заключается прежде всего в замене $\omega^2$ на $-p^2$. Так как $W(p)$ по условиям физической реализуемости не может иметь полюсов в правой полуплоскости, то все полюсы $G(-p)^2$ в левой полуплоскости следует отнести к функции $W(p)$, а полюсы правой полуплоскости — к $W(-p)$. Любые полюсы или нули $G(-p^2)$ на оси $j\omega$ должны быть разделены поровну между $W(p)$ и $W(-p)$. В распределении нулей имеется некоторая неопределенность. Если $W(p)$ функция минимальной фазы, то ее нули также располагаются в левой полуплоскости. Если же это условие не задано, то ей можно приписать некоторые нули правой полуплоскости. Таким образом, имеется возможность варьирования расположением нулей. Для аппроксимирующих функций, рассматриваемых в данной главе, указанная неоднозначность отсутствует, так как они относятся к числу минимально-фазовых.

## 1-2. Аппроксимация по Тейлору (максимально плоская аппроксимация)

По условиям физической реализуемости аппроксимирующая функция должна быть рациональной. Если все нули функции находятся в бесконечности, то ее можно записать в следующем виде:

$$|W(j\Omega)|^2 = G(\Omega^2) = \frac{1}{P_k(\Omega^2)} = \frac{1}{1 + B_1\Omega^2 + \ldots + B_n\Omega^{2n}}. \quad (1\text{-}2)$$

Первый коэффициент $B_0$ взят равным единице, чтобы исходная и аппроксимирующая функции совпадали при $\Omega=0$.

Функция отклонения в полосе пропускания равна:

$$G_\Delta(\Omega^2) = \frac{B_1\Omega^2 + B_2\Omega^4 + \ldots + B_n\Omega^{2n}}{1 + B_1\Omega^2 + B_2\Omega^4 + \ldots + B_n\Omega^{2n}}. \quad (1\text{-}3)$$

Вводя в выражение (1-3) новую переменную $\Omega^2 = x$, получаем:

$$G_\Delta(x) = \frac{P(x) - 1}{P(x)} = \frac{B_1x + B_2x^2 + \ldots + B_nx^n}{1 + B_1x + \ldots + B_nx^n}. \quad (1\text{-}4)$$

Определение коэффициентов $B_i$ зависит от применяемого критерия аппроксимации. Если аппроксимация осуществляется по Тейлору, то необходимо, чтобы производные всех порядков функции отклонения стремились к нулю при $x=0$. Следовательно, при аппроксимации по Тейлору $k$-го порядка первые $k$ производных от функций $G$ должны равняться нулю.

Вычисляя производные от функции (1-4) при $x=0$, можно показать [Л. 41], что при аппроксимации $n$-го порядка $n-1$ первых коэффициентов равны нулю. Следовательно, выражение (1-2) в этом случае примет вид:

$$G(\Omega^2) = \frac{1}{1 + B_n \Omega^{2n}} \cdot \quad (1\text{-}5)$$

На границе полосы пропускания, т. е. при $\Omega=1$, данная функция равна:

$$G(1) = \frac{1}{1 + B_n} \cdot \quad (1\text{-}6)$$

Таким образом, коэффициент $B_n$ определяет величину ослабления, вносимого ФНЧ на частоте среза. При $B_n=1$ граница полосы пропускания соответствует коэффициенту передачи, равному 0,5 по мощности или —0,707 по напряжению. В этом случае аппроксимирующая функция имеет вид:

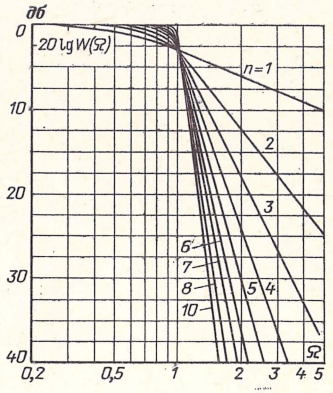



Рис. 1-1. АЧХ баттервортовских фильтров.

$$G(\Omega^2) = \frac{1}{1 + \Omega^{2n}} \cdot \quad (1\text{-}7)$$

На рис. 1-1 приведены максимально плоские АЧХ, построенные для различных значений $n$.

Определим теперь общее выражение передаточной функции ФНЧ, выполненного в соответствии с максимально плоской аппроксимацией. Заменив в выражении (1-7) $\Omega^2$ на $-p^2$, получим:

$$G(-p^2) = W(p)\,W(-p) = \frac{1}{1 + (-1)^n p^{2n}} \cdot \quad (1\text{-}8)$$

Полюсы функции (1-8) определяются из уравнения

$$p^{2n} = \pm 1$$

(плюс соответствует нечетным значениям $n$, а минус — четным).



Научно-техническая библиотека Киевского механического завода
087132

На основе представления единицы в комплексной форме выражение для определения полюсов максимально плоской функции может быть написано в следующем виде:

$$p_к = \pm\cos\varphi_к \pm j\sin\varphi_к, \tag{1-9}$$

где $\varphi_к$ определяется по формулам:

$$\left.\begin{aligned} &\text{при четном } n\ \varphi_к = \pm\left(\frac{2k-1}{2n}\right)\pi\ k = 1,2,3,\ldots,(n-2);\\ &\text{при нечетном } n\ \varphi_к = \pm\left(\frac{k}{n}\right)\pi\ k = 0,1,2,3,\ldots,(n-2). \end{aligned}\right\} \tag{1-10}$$

Из полученных выражений следует, что полюсы максимально плоской функции лежат на окружности единичного радиуса с центром в начале координат.

Определим полюсы, принадлежащие передаточной функции ФНЧ. В соответствии с условиями физической реализуемости все полюсы $W(p)$ должны лежать в левой части плоскости $p$, вследствие чего выражение (1-9) примет вид:

$$p_к = -\cos\varphi_к \pm j\sin\varphi_к. \tag{1-11}$$

Значения полюсов максимально плоской функции, аппроксимирующей идеальную низкочастотную характеристику, рассчитанные для $n$ от 2 до 10, представлены в табл. 4.

Одним из основных параметров аппроксимации является ее степень $n$, которая должна определяться исходя из требований к частотной характеристике фильтра (ее равномерности в полосе пропускания и затухания в полосе задерживания). Найдем выражение, определяющее степень максимально плоской аппроксимации в зависимости от указанных величин. Для этого рассмотрим модуль максимально плоской функции, который определяется из (1-5) как

$$W(\Omega) = \sqrt{G(\Omega^2)} = \frac{1}{\sqrt{1 + B_n\Omega^{2n}}}. \tag{1-12}$$

Если заданная величина неравномерности частотной характеристики в полосе пропускания равна $d_1$, то при $\Omega = 1$ получим:

$$d_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + B_n}},$$

откуда

$$B_n = \frac{1}{d_1^2} - 1. \tag{1-13}$$

Значение коэффициента передачи на частоте задерживания равно:

$$d_з = \frac{1}{\sqrt{1 + B_n\Omega_з^{2n}}}. \tag{1-14}$$

Из (1-14) определяем:

$$n \geqslant \frac{\lg\left[\dfrac{\dfrac{1}{d_з^2}-1}{B_n}\right]}{2\lg \Omega_з}. \qquad (1\text{-}15)$$

Подставляя в (1-15) значение $B_n$ из (1-13), получаем окончательно:

$$n \geqslant \frac{\lg\left[\dfrac{d_1^2(1-d_з^2)}{d_з^2(1-d_1^2)}\right]}{2\lg \Omega_з}. \qquad (1\text{-}16)$$

Формула (1-16) позволяет определить степень баттервортовской аппроксимирующей функции по заданным значениям $d_1$, $d_з$ и $\Omega_з$.

Рассмотрим теперь вопрос определения полюсов аппроксимирующей функции при различных значениях неравномерности частотной характеристики ФНЧ в полосе пропускания.

Формулы (1-10) и (1-11) были выведены для частного случая $B_n = 1$. В общем случае условие определения полюсов максимально плоской функции запишется в виде

$$p^{2n} = \pm \frac{1}{B_n},$$

откуда значения полюсов определяются следующим образом:

$$p_к = \rho(-\cos \varphi_к \pm j \sin \varphi_к), \qquad (1\text{-}17)$$

где

$$\rho = \sqrt[2n]{\frac{1}{B_n}} = \sqrt[2n]{\frac{d_1^2}{1-d_1^2}}. \qquad (1\text{-}18)$$

Выражение (1-17) отличается от (1-11) множителем ρ, с помощью которого при вычислении полюсов учитывается величина неравномерности частотной характеристики фильтра. Для заданных значений $d_1$ и $n$ величины полюсов могут быть рассчитаны по формулам (1-17), (1-10), (1-18) или с помощью табл. 4 путем умножения табличных значений на коэффициент ρ.

Передаточная функция ФНЧ $n$-го порядка выражается через значения полюсов с точностью до постоянного множителя следующим образом:

$$W_н(p) = \frac{1}{(p-p_1)(p-p_2)(p-p_з)\ldots(p-p_n)}. \qquad (1\text{-}19)$$

Так как при четных значениях $n$ полюсы аппроксимирующей функции имеют комплексно-сопряженные значения, то их подстанов-

ка в (1-19) дает $n/2$ сомножителей второго порядка, т. е.

$$W_{\text{н}}(p) = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n/2} (p^2 + q_{1i}p + q_{0i})}. \qquad (1\text{-}20)$$

При нечетных $n$ к $(n-1)$ к комплексно-сопряженным полюсам добавляется один чисто вещественный полюс. В этом случае выражение (1-19) имеет вид:

$$W_{\text{н}}(p) = \frac{1}{(p + q_i)\prod_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} (p^2 + q_{1i}p + q_{0i})}. \qquad (1\text{-}21)$$

Функции (1-20) и (1-21) могут рассматриваться как произведение передаточных функций отдельных звеньев, поэтому реализация их осуществляется каскадным соединением таких звеньев. Данное положение справедливо в том случае, если каждое звено является изолированным, т. е. сохраняющим требуемое расположение полюсов, независимо от наличия других звеньев.

Передаточная функция $i$-го звена второго порядка может быть представлена следующим образом:

$$W_{\text{н}i}(p) = \frac{K_i\omega_{0i}}{p^2 + 2\xi_i\omega_{0i}p + \omega_{0i}^2},$$

где $\xi$ — относительный коэффициент затухания;

$\omega_{0i}$ — собственная частота.

Приравнивая коэффициенты характеристического полинома к коэффициентам аппроксимации, получаем условия определения параметров звеньев, т. е.

$$\left.\begin{aligned} \omega_{0i}^2 = q_{0i};\ \omega_{0i} = \sqrt{q_{0i}};\\ 2\xi_i\omega_{0i} = q_{1i};\ \xi_i = \frac{q_{1i}}{2\sqrt{q_{0i}}}. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}22)$$

Параметры звеньев можно выразить также через значения полюсов аппроксимирующих функций, что во многих случаях бывает удобнее, чем выражение их через коэффициенты аппроксимации.

Воспользовавшись зависимостью между корнями приведенного квадратного уравнения и его коэффициентами, получаем:

$$q_{0i} = p_{1i}p_{2i} = (-\sigma_i + j\omega_i)(-\sigma_i - j\omega_i) = \sigma_i^2 + \omega_i^2, \qquad (1\text{-}23)$$

$$q_{1i} = -(p_{1i} + p_{2i}) = \sigma_i + j\omega_i + \sigma_i - j\omega_i = 2\sigma_i. \qquad (1\text{-}24)$$

Подставляя полученные значения в (1-22), находим:

$$\omega_{0i} = \sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}; \qquad (1\text{-}25)$$

$$\xi_i = \frac{|\sigma_i|}{\sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}}. \qquad (1\text{-}26)$$

*Таблица 4*

*Полюсы максимально плоской аппроксимирующей функции*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-0,7071$<br>$\pm j0,7071$ | $-1,0000$<br>— | $-0,3827$<br>$\pm j0,9238$ | $-1,0000$<br>— | $-0,2588$<br>$\pm j0,9659$ | $-1,00000$<br>— | $-0,1950$<br>$\pm j0,9808$ | $-1,000000$<br>— | $-0,1564$<br>$\pm j0,9877$ |
| — | $-0,5000$<br>$\pm j0,8660$ | $-0,9238$<br>$\pm j0,3827$ | $-0,3090$<br>$\pm j0,9510$ | $-0,7071$<br>$\pm j0,7071$ | $-0,2225$<br>$\pm j0,9749$ | $-0,5556$<br>$\pm j0,8315$ | $-0,1736$<br>$\pm j0,9848$ | $-0,4540$<br>$\pm j0,8910$ |
| — | — | — | $-0,8090$<br>$\pm j0,5878$ | $-0,9659$<br>$\pm j0,2588$ | $-0,6235$<br>$\pm j0,7818$ | $-0,8315$<br>$\pm j0,5556$ | $-0,5000$<br>$\pm j0,8660$ | $-0,7071$<br>$\pm j0,7071$ |
| — | — | — | — | — | $-0,9009$<br>$\pm j0,4339$ | $-0,9808$<br>$\pm j0,1950$ | $-0,7660$<br>$\pm j0,6428$ | $-0,8910$<br>$\pm j0,4540$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $-0,9396$<br>$\pm j0,3420$ | $-0,9877$<br>$\pm j0,1564$ |

Для звеньев первого порядка все соотношения упрощаются, так как звено имеет только один параметр—собственную частоту. Действительно, передаточная функция звена первого порядка имеет следующее выражение:

$$W_{нi}(p) = \frac{K_i \omega_{0i}}{p + \omega_{0i}}. \qquad (1\text{-}27)$$

Приравнивая коэффициенты знаменателя (1-27) и множителя первого порядка в (1-21), получаем:

$$\omega_{0i} = q_i = \sigma_i. \qquad (1\text{-}28)$$

Следовательно, собственная частота звена первого порядка определяется значением вещественного полюса аппроксимирующей функции. Таким образом, (1-25), (1-26) и (1-28) являются основными расчетными соотношениями, связывающими значения полюсов аппроксимирующих функций с физическими параметрами звеньев (собственными частотами и коэффициентами затухания).

Представление аппроксимирующих функций в виде произведения передаточных функций отдельных звеньев позволяет достаточно просто определить фазо-частотные характеристики фильтров путем выражения их через величины параметров звеньев. Как известно, величина фазового сдвига, вносимого звеном первого или второго порядка, определяется соответствующими формулами:

$$\varphi_i(\Omega) = -\operatorname{arctg}\frac{\Omega}{\omega_{0i}}; \quad \varphi_i(\Omega) = -\operatorname{arctg}\frac{2\xi_i\omega_{0i}\Omega}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2},$$

где

$$\Omega = \frac{\omega}{\omega_1}.$$

Так как фазо-частотная характеристика фильтра является суммой указанных фазовых сдвигов, то ее выражения примут вид:

для четных значений $n$

$$\varphi(\Omega) = -\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \operatorname{arctg}\frac{2\xi_i\omega_{0i}\Omega}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2};$$

для нечетных значений $n$

$$\varphi(\Omega) = -\operatorname{arctg}\frac{\Omega}{\omega_0} - \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} \operatorname{arctg}\frac{2\xi_i\omega_{0i}\Omega}{\omega_{0i}^2 - \Omega^2}. \qquad (1\text{-}29)$$

На основании (1-29) могут быть получены выражения для времени групповой задержки фильтра $t_з$. Учитывая, что оно связано с величиной фазового сдвига соотношением

$$t_з = \frac{d\varphi(\Omega)}{d\omega} = \frac{d\varphi(\Omega)}{d\Omega}\frac{d\Omega}{d\omega},$$

находим следующие выражения для функции $t_з(\Omega)$:

для четных значений $n$

$$t_з = \frac{d\Omega}{d\omega} \sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} \frac{2\xi_i \omega_{0i} (\omega_{0i}^2 + \Omega^2)}{\Omega^4 + 2\omega_{0i}^2 \Omega^2 (2\xi_i^2 - 1) + \omega_{0i}^4};$$

для нечетных значений $n$

$$t_з = \frac{d\Omega}{d\omega} \left( \frac{\omega_0}{\omega_0^2 + \Omega^2} + \sum_{i=1}^{\frac{n-1}{2}} \frac{2\xi_i \omega_{0i} (\omega_{0i}^2 + \Omega^2)}{\Omega^4 + 2\omega_{0i}^2 \Omega^2 (2\xi_i^2 - 1) + \omega_{0i}^4} \right). \quad (1\text{-}30)$$

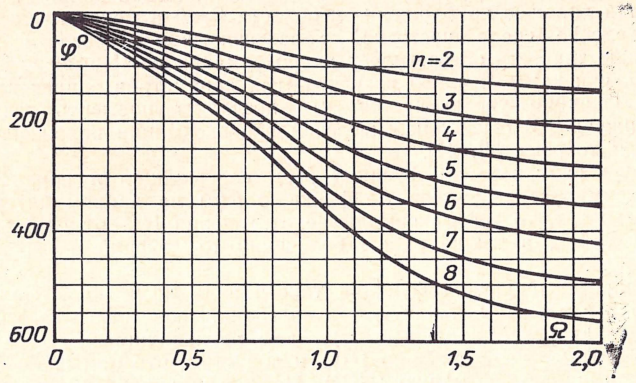



Рис. 1-2. ФЧХ баттервортовских фильтров.

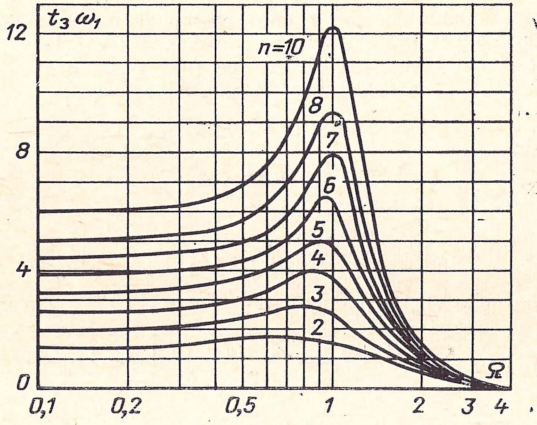



Рис. 1-3. Характеристики времени групповой задержки баттервортовских фильтров.

Следует подчеркнуть, что представление передаточной функции фильтра $n$-го порядка в виде произведения передаточных функций изолированных звеньев является общим подходом к решению задачи реализации в синтезе активных $RC$-фильтров. Поэтому формулы, полученные для определения параметров звеньев, а также для расчета фазо-частотных характеристик и времени групповой задержки, являются справедливыми и для других видов аппроксимаций, рассматриваемых ниже. Для баттервортовских фильтров различных порядков графики функции $\varphi(\Omega)$ и $t_з(\Omega)$, построенные в соответствии с (1-29) и (1-30), приведены на рис. 1-2 и 1-3.

## 1-3. Аппроксимация по Чебышеву (равноволновая аппроксимация)

Характерной особенностью максимально плоской аппроксимации является хорошее приближение в области $\Omega=0$ и менее точное воспроизведение спада частотной характеристики в области $\Omega=1$. Большую точность обеспечивает аппроксимация по Чебышеву [Л. 41, 39, 43], при которой число регулируемых параметров аппроксимирующей функции увеличивается, что позволяет повысить точность приближения. В основу чебышевской аппроксимации положена следующая теорема [Л. 41].

Если рациональная функция $f(z)$, содержащая $n$ параметров, аппроксимирует вещественную функцию $g(z)$ на данном интервале по Чебышеву, то все максимальные отклонения $f(z)$ от $g(z)$ равны между собой, а также равны величинам отклонений на границах интервала.

Аппроксимирующая функция такого вида носит колебательный характер с равными амплитудами колебаний, вследствие чего чебышевскую аппроксимацию называют еще равноволновой.

Обратимся к выражению (1-2) и допустим, что нам необходимо аппроксимировать функцию $G(\Omega^2)$. Поскольку аппроксимация полинома проще аппроксимации обратной ему величины, воспользуемся величиной $1/G(\Omega^2)$ (т. е. отношением величин на входе и выходе). Теперь общая задача состоит в определении аппроксимирующего по Чебышеву полинома $n$-й степени на интервале (—1; 1).

Нормированный полином Чебышева (как функция вещественной переменной $z$) определяется следующим образом:

$$V_n(z)=\cos(n \arccos z). \tag{1-31}$$

Обозначим

$$y=\arccos z \text{ или } z=\cos y \tag{1-32}$$

и введем преобразования:

$$\sin y=\sqrt{1-z^2};\ z+j\sqrt{1-z^2}=e^{jy}.$$

Тогда полином (1-31) примет вид:

$$V_n(z)=\cos ny=\frac{(z+j\sqrt{1-z^2})^n+(z+j\sqrt{1-z^2})^{-n}}{2}=$$

$$=\frac{(z+j\sqrt{1-z^2})^n+(z-j\sqrt{1-z^2})^n}{2}. \tag{1-33}$$

Учитывая, что $z = \operatorname{ch}\psi$ и $\sqrt{z^2-1} = \operatorname{sh}\psi$, можно получить:

$$V_n(z) = \operatorname{ch} ny = \frac{(z+\sqrt{z-1})^n + (z \pm \sqrt{z^2-1})^{\mp n}}{2}. \qquad (1\text{-}34)$$

Формула (1-34) удобна для расчетов при $z>1$.

Полиномы Чебышева для значений $n$ от 1 до 10 приведены в табл. 5. Полиномы больших порядков редко встречаются в практике синтеза фильтров ввиду сложности их реализации.

*Таблица 5*

*Полиномы Чебышева для n от 1 до 10*

| $n$ | $V_n(z)=\cos n\,y$ |
|---|---|
| 1 | $z$ |
| 2 | $2z^2-1$ |
| 3 | $4z^3-3z$ |
| 4 | $8z^4-8z^2+1$ |
| 5 | $16z^5-20z^3+5z$ |
| 6 | $32z^6-48z^4+18z^2-1$ |
| 7 | $64z^7-112z^5+56z^3-7z$ |
| 8 | $128z^8-256z^6+160z^4-32z^2+1$ |
| 9 | $256z^9-576z^7+432z^5-120z^3+9z$ |
| 10 | $512z^{10}-1\,280z^8+1\,120z^6-400z^4+50z^2-1$ |

Задача аппроксимации идеальной частотной характеристики ФНЧ рассмотрена в [Л. 41, 43], где показано, что функция, аппроксимирующая идеальную характеристику по Чебышеву, имеет следующий вид:

$$G(\Omega^2) = \frac{1}{1+\varepsilon^2 V_n^2(\Omega)}. \qquad (1\text{-}35)$$

Данная функция имеет колебательный характер, причем расстояние между пиками колебаний по высоте равно $\frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2}$.

На рис. 1-4 показаны графики модуля чебышевской функции для некоторых значений $n$.

Для определения полюсов функции $G(\Omega^2)$ делаем замену независимой переменной $\Omega^2$ на $-p^2$. Полюсы находятся из условия

$$1+\varepsilon^2 V_n^2 = 0 \text{ или } \varepsilon V_n = \pm j.$$

Полюсы чебышевской аппроксимирующей функции определяются следующей зависимостью [Л. 41]:

$$p_к = -\sin\frac{k\pi}{2n}\,\mathrm{sh}\left(\frac{1}{n}\,\mathrm{arsh}\,\frac{1}{\varepsilon}\right) \pm j\cos\frac{k\pi}{2n}\,\mathrm{ch}\times$$

$$\times\left(\frac{1}{n}\,\mathrm{arsh}\,\frac{1}{\varepsilon}\right), \qquad (1\text{-}36)$$

где $k = 1,3,5,\ldots,2n-1$.

Условия физической реализуемости учитываются в (1-36) знаком минус перед вещественной частью выражения.

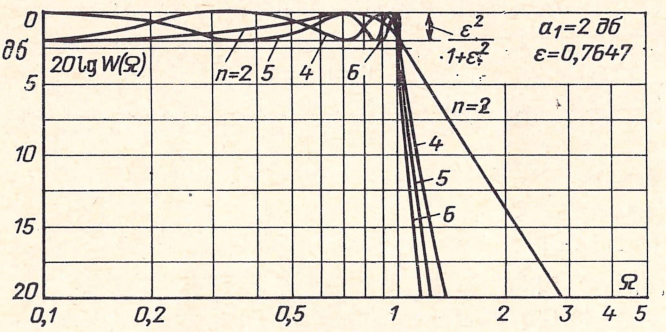



Рис. 1-4. АЧХ чебышевских фильтров.

Для чебышевской аппроксимации не представляется возможным составить единую таблицу полюсов аппроксимирующей функции для различных значений $n$ из-за дополнительного параметра $\varepsilon$. Это можно сделать для некоторых частных значений $\varepsilon$, соответствующих наиболее употребимым значениям неравномерности частотной характеристики ФНЧ в полосе пропускания (например, 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 1 и 2 *дб*). Для данных величин неравномерности и степеней аппроксимации $n$ от 2 до 10 значения полюсов чебышевских аппроксимирующих функций представлены в табл. 6-12.

Найдем теперь выражение для определения степени чебышевской аппроксимации, исходя из заданных значений неравномерности в полосе пропускания и величины затухания в полосе задерживания. Рассмотрим для этого модуль функции $G(\Omega^2)$, который определится из (1-35) как

$$W(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 V_n^2(\Omega)}}. \qquad (1\text{-}37)$$

Параметр $\varepsilon$ может быть выражен через величину неравномерности в полосе пропускания $d_1$ следующим образом:

$$1-d_1^2 = \frac{\varepsilon^2}{1+\varepsilon^2} \text{ или } \varepsilon^2 = \frac{1-d_1^2}{d_1^2}.$$

Перепишем выражение (1-37) для условия полосы задерживания:

$$d_з = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 V_n^2(\Omega_з)}}, \qquad (1\text{-}38)$$

где $d_з$ требуемое значение коэффициента передачи в полосе задерживания на частоте $\Omega_з = \omega_з/\omega_1$.

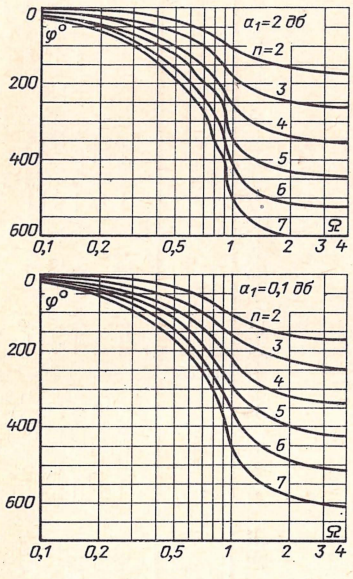



Рис. 1-5. ФЧХ чебышевских фильтрв.

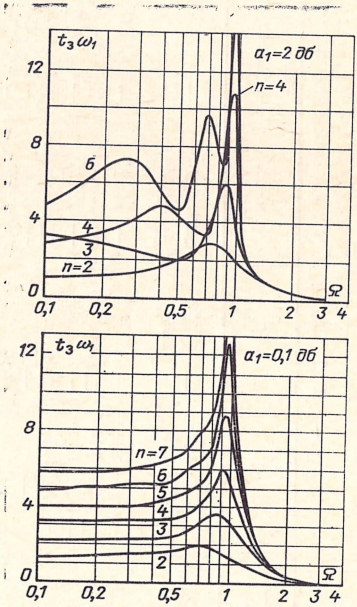



Рис. 1-6. Характеристики времени групповой задержки чебышевских фильтров.

Подставляя в выражение (1-38) значение $\varepsilon^2$ и разрешая его относительно $V_n(\Omega_з)$, находим:

$$V_n(\Omega_з) = \left[\frac{d_1^2(1-d_з^2)}{d_з^2(1-d_1^2)}\right]^{\frac{1}{2}}. \qquad (1\text{-}39)$$

В соответствии с (1-34) представим полином Чебышева в виде $V_n(\Omega_з) = \operatorname{ch} n \operatorname{arch} \Omega_з$. Тогда после преобразования (1-39) получим:

$$\left.\begin{aligned} n &= \frac{\operatorname{arch} D}{\operatorname{arch} \Omega_з}, \\ \text{где} \quad D &= \left[\frac{d_1^2(1-d_з^2)}{d_з^2(1-d_1^2)}\right]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}40)$$

*Таблица 6*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1=0{,}1$ дб*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-1{,}1874$ | $-0{,}9704$ | $-0{,}2642$ | $-0{,}5426$ | $-0{,}1156$ | $-0{,}3776$ | $-0{,}0648$ | $-0{,}2906$ | $-0{,}0408$ |
| $\pm j1{,}3836$ | — | $\pm j1{,}1224$ | — | $\pm j1{,}0569$ | — | $\pm j1{,}0330$ | — | $\pm j1{,}0203$ |
| — | $-0{,}4852$ | | | | | | | |
| — | $\pm j1{,}2065$ | $-0{,}6426$ | $-0{,}1677$ | $-0{,}3159$ | $-0{,}0835$ | $-0{,}1827$ | $-0{,}0507$ | $-0{,}1194$ |
| — | — | $\pm j0{,}4662$ | $\pm j1{,}0820$ | $\pm j0{,}7744$ | $\pm j1{,}0426$ | $\pm j0{,}8751$ | $\pm j1{,}0260$ | $\pm j0{,}9213$ |
| — | — | — | $\pm j0{,}4390$ | $-0{,}4315$ | $-0{,}2368$ | $-0{,}2753$ | $-0{,}1450$ | $-0{,}1859$ |
| — | — | — | $\pm j0{,}6687$ | $\pm j0{,}2834$ | $\pm j0{,}8359$ | $\pm j0{,}5838$ | $\pm j0{,}9013$ | $\pm j0{,}7311$ |
| — | — | — | — | — | $-0{,}3421$ | $-0{,}3244$ | $-0{,}2223$ | $-0{,}2342$ |
| — | — | — | — | — | $\pm j0{,}4632$ | $\pm j0{,}2055$ | $\pm j0{,}6697$ | $\pm j0{,}4694$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $-0{,}2800$ | $-0{,}2597$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $\pm j0{,}3563$ | $\pm j0{,}1617$ |
| | | | — | | | | | |

*Таблица 7*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1=0{,}2$ дб*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-0{,}9629$ | $-0{,}8142$ | $-0{,}2249$ | $-0{,}4612$ | $-0{,}0982$ | $-0{,}3244$ | $-0{,}0551$ | $-0{,}2495$ | $-0{,}0352$ |
| $\pm j1{,}1947$ | — | $\pm j1{,}0714$ | — | $\pm j1{,}0335$ | — | $\pm j1{,}0191$ | — | $\pm j1{,}0124$ |
| — | $\pm 0{,}4071$ | $-0{,}5426$ | $-0{,}1421$ | $-0{,}2684$ | $-0{,}0721$ | $-0{,}1564$ | $-0{,}0433$ | $-0{,}1021$ |
| — | $\pm j1{,}1115$ | $\pm j0{,}4434$ | $\pm j1{,}0473$ | $\pm j0{,}7563$ | $\pm j1{,}0245$ | $\pm j0{,}8639$ | $\pm j1{,}0150$ | $\pm j0{,}9133$ |
| — | — | — | $-0{,}3720$ | $-0{,}3666$ | $-0{,}2018$ | $-0{,}2343$ | $-0{,}1248$ | $-0{,}1590$ |

*Продолжение табл. 7*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| — | — | — | $\pm j0{,}6470$ | $\pm j0{,}2768$ | $\pm j0{,}8213$ | $\pm j0{,}5773$ | $\pm j0{,}8926$ | $\pm j0{,}7248$ |
| — | — | — | — | — | $-0{,}2915$ | $-0{,}2762$ | $-0{,}1918$ | $-0{,}2004$ |
| — | — | — | — | — | $\pm j0{,}4561$ | $\pm j0{,}2027$ | $\pm j0{,}6625$ | $\pm j0{,}4654$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $-0{,}2354$ | $-0{,}2221$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $\pm j0{,}3525$ | $\pm j0{,}1603$ |

*Таблица 8*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1=0{,}3$ дб*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-0{,}8475$ | $-0{,}7295$ | $-0{,}2024$ | $-0{,}4172$ | $-0{,}0891$ | $-0{,}2941$ | $-0{,}0501$ | $-0{,}2274$ | $-0{,}0320$ |
| $\pm j1{,}1037$ | — | $\pm j1{,}0452$ | — | $\pm j1{,}0217$ | — | $\pm j0{,}0123$ | — | $\pm j1{,}0081$ |
| — | $-0{,}3643$ | $-0{,}4892$ | $-0{,}1289$ | $-0{,}2436$ | $-0{,}0655$ | $-0{,}1425$ | $-0{,}0394$ | $-0{,}0928$ |
| — | $\pm j1{,}0715$ | $\pm j0{,}4329$ | $\pm j1{,}0305$ | $\pm j0{,}7479$ | $\pm j1{,}0160$ | $\pm j0{,}8584$ | $\pm j1{,}0098$ | $\pm j0{,}9094$ |
| — | — | — | $-0{,}3375$ | $-0{,}3328$ | $-0{,}1835$ | $-0{,}2133$ | $-0{,}1134$ | $-0{,}1445$ |
| — | — | — | $\pm j0{,}6369$ | $\pm j0{,}2737$ | $\pm j0{,}8146$ | $\pm j0{,}5731$ | $\pm j0{,}8881$ | $\pm j0{,}7217$ |
| — | — | — | — | — | $-0{,}2651$ | $-0{,}2518$ | $-0{,}1742$ | $-0{,}1821$ |
| — | — | — | — | — | $\pm j0{,}4514$ | $\pm j0{,}2014$ | $\pm j0{,}6591$ | $\pm j0{,}4634$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $-0{,}2132$ | $-0{,}2019$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $\pm j0{,}3507$ | $\pm j0{,}1596$ |

*Таблица 9*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1$=0,4 дб*

| $n$=2 | $n$=3 | $n$=4 | $n$=5 | $n$=6 | $n$=7 | $n$=8 | $n$=9 | $n$=10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| —0,7999 | —0,6709 | —0,1871 | —0,3861 | —0,0827 | —0,2806 | —0,1464 | —0,2110 | —0,0297 |
| ±*j*1,0453 | — | ±*j*1,0284 | — | ±*j*1,0140 | — | ±*j*1,0081 | — | ±*j*1,0053 |
| — | —0,3360 | —0,4548 | —0,1294 | —0,2224 | —0,0605 | —0,1322 | —0,0366 | —0,0861 |
| — | ±*j*1,0428 | ±*j*0,4254 | ±*j*1,0195 | ±*j*0,7423 | ±*j*1,0104 | ±*j*0,8546 | ±*j*1,0064 | ±*j*0,9068 |
| — | — | — | —0,3118 | —0,3086 | —0,1700 | —0,1978 | —0,1055 | —0,1341 |
| — | — | — | ±*j*0,6300 | ±*j*0,2714 | ±*j*0,8107 | ±*j*0,5706 | ±*j*0,8850 | ±*j*0,7197 |
| — | — | — | — | — | —0,2456 | —0,2333 | —0,1617 | —0,1690 |
| — | — | — | — | — | ±*j*0,4498 | ±*j*0,2008 | ±*j*0,6569 | ±*j*0,4620 |
| — | — | — | — | — | — | — | —0,1983 | —0,1873 |
| — | — | — | — | — | — | — | ±*j*0,3499 | ±*j*0,1594 |

*Таблица 10*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1$=0,5 дб*

| $n$=2 | $n$=3 | $n$=4 | $n$=5 | $n$=6 | $n$=7 | $n$=8 | $n$=9 | $n$=10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| —0,7128 | —0,6264 | —0,1753 | —0,3623 | —0,0776 | —0,2562 | —0,0436 | —0,1984 | —0,0279 |
| ±*j*1,0040 | — | ±*j*1,0162 | — | ±*j*1,0084 | — | ±*j*1,0050 | — | ±*j*1,0032 |
| — | —0,3132 | —0,4233 | —0,1119 | —0,2121 | —0,0570 | —0,1242 | —0,0344 | —0,0809 |
| — | ±*j*1,0219 | ±*j*0,4209 | ±*j*1,0115 | ±*j*0,7382 | ±*j*1,0064 | ±*j*0,8519 | ±*j*1,0040 | ±*j*0,9050 |
| — | — | — | —0,2931 | —0,2897 | —0,1597 | —0,1859 | —0,0992 | —0,1261 |

*Продолжение табл. 10*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| — | — | — | $\pm j0{,}6252$ | $\pm j0{,}2702$ | $\pm j0{,}8070$ | $\pm j0{,}5692$ | $\pm j0{,}8829$ | $\pm j0{,}7182$ |
| — | — | — | — | — | $-0{,}2308$ | $-0{,}2192$ | $-0{,}1519$ | $-0{,}1589$ |
| — | — | — | — | — | $\pm j0{,}4478$ | $\pm j0{,}1999$ | $\pm j0{,}6553$ | $\pm j0{,}4611$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $-0{,}1864$ | $-0{,}1761$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $\pm j0{,}3487$ | $\pm j0{,}1589$ |

*Таблица 11*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1=1$ дб*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $-0{,}5488$ | $-0{,}4941$ | $-0{,}1395$ | $-0{,}2895$ | $-0{,}0621$ | $-0{,}2054$ | $-0{,}0350$ | $-0{,}1593$ | $-0{,}0224$ |
| $\pm j0{,}8951$ | — | $\pm j0{,}9833$ | — | $\pm j0{,}9934$ | — | $\pm j0{,}9965$ | — | $\pm j0{,}9978$ |
| — | $-0{,}2470$ | $-0{,}3368$ | $-0{,}0895$ | $-0{,}1698$ | $-0{,}0457$ | $-0{,}0997$ | $-0{,}0276$ | $-0{,}1013$ |
| — | $\pm j0{,}9659$ | $\pm j0{,}4073$ | $\pm j0{,}9901$ | $\pm j0{,}7272$ | $\pm j0{,}9953$ | $\pm j0{,}8448$ | $\pm j0{,}9972$ | $\pm j0{,}7143$ |
| — | — | — | $-0{,}2342$ | $-0{,}2320$ | $-0{,}1281$ | $-0{,}1492$ | $-0{,}0797$ | $-0{,}0650$ |
| — | — | — | $\pm j0{,}6119$ | $\pm j0{,}2661$ | $\pm j0{,}7982$ | $\pm j0{,}644$ | $\pm j0{,}8769$ | $\pm j0{,}9001$ |
| — | — | — | — | — | $-0{,}1851$ | $-0{,}1759$ | $-0{,}1220$ | $-0{,}1277$ |
| — | — | — | — | — | $\pm j0{,}4429$ | $\pm j0{,}1982$ | $\pm j0{,}6509$ | $\pm j0{,}4586$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $-0{,}1497$ | $-0{,}1415$ |
| — | — | — | — | — | — | — | $\pm j0{,}3463$ | $\pm j0{,}1580$ |

*Таблица 12*

*Полюсы равноволновой низкочастотной аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1=2$ дб*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $n=6$ | $n=7$ | $n=8$ | $n=9$ | $n=10$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| —0,4019 | —0,3689 | —0,0149 | —0,2183 | —0,0469 | —0,1553 | —0,0265 | —0,1206 | —0,0169 |
| $\pm j$0,8133 | — | $\pm j$0,9579 | — | $\pm j$0,9817 | — | $\pm j$0,9898 | — | $\pm j$0,9934 |
| — | —0,1845 | —0,2532 | —0,0675 | —0,1283 | —0,0346 | —0,0754 | —0,0209 | —0,0767 |
| — | $\pm j$0,9230 | $\pm j$0,3968 | $\pm j$0,9735 | $\pm j$0,7187 | $\pm j$0,9866 | $\pm j$0,8391 | $\pm j$0,9919 | $\pm j$0,7113 |
| — | — | — | —0,1766 | —0,1753 | —0,0969 | —0,1129 | —0,0603 | —0,0493 |
| — | — | — | $\pm j$0,6016 | $\pm j$0,2630 | $\pm j$0,7912 | $\pm j$0,5606 | $\pm j$0,8723 | $\pm j$0,8962 |
| — | — | — | — | — | —0,1399 | —0,1332 | —0,0924 | —0,0967 |
| — | — | — | — | — | $\pm j$0,4391 | $\pm j$0,1969 | $\pm j$0,6474 | $\pm j$0,4567 |
| — | — | — | — | — | — | — | —0,1134 | —0,1072 |
| — | — | — | — | — | — | — | $\pm j$0,3445 | $\pm j$0,1574 |

Для расчетов более удобна другая форма представления арккосинуса: $\operatorname{arch} x = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$. Используя ее в (1-40) и переходя к к десятичным логарифмам, получаем следующую формулу для определения порядка чебышевской аппроксимации:

$$n \geqslant \frac{\lg\left(D + \sqrt{D^2+1}\right)}{\lg\left(\Omega_з + \sqrt{\Omega_з^2+1}\right)}. \qquad (1\text{-}41)$$

Знак $\geqslant$ в формуле говорит о том, что в качестве результата следует брать ближайшее к расчетному значению большее целое число. Графики фазо-частотных характеристик и времени групповой задержки чебышевских фильтров, построенные для различных порядков аппроксимации и двух значений неравномерности в полосе пропускания $a_1 = 0{,}1$ и 2 *дб*, показаны на рис. 1-5 и 1-6.

## 1-4. Аппроксимация полиномами Лежандра (фильтры класса $L$)

Сравнительная оценка фильтров, выполненных на основе максимально плоской и равноволновой аппроксимаций, показывает, что их характеристики отличаются существенно. Так, чебышевские фильтры при заданном числе элементов обеспечивают наибольшую избирательность и являются в этом смысле оптимальными. Баттервортовские фильтры, уступая в избирательности, имеют лучшие фазо-частотные характеристики. Стремление к повышению избирательности баттервортовских фильтров и улучшению фазо-частотных характеристик чебышевских фильтров привело к разработке нового класса $L$-фильтров, рассмотренного в [Л. 16]. У этих фильтров АЧХ в полосе задерживания убывает монотонно и имеет максимально возможную крутизну затухания. В общем виде она может быть написана следующим образом:

$$W(\Omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon L_n(\Omega^2)}}. \qquad (1\text{-}42)$$

Проблема синтеза фильтров класса $L$ состоит в том, чтобы определить положительный полином степени $n$ от $\Omega^2$ так, чтобы его крутизна в точке $\Omega = 1$ была максимальной. Математически задача определяется следующими уравнениями:

$$L_n(0) = 0;\ L_n(1) = 1;\ \frac{dL_n(\Omega^2)}{d\Omega} \geqslant 0 \text{ для } 0 \leqslant \Omega \leqslant 1. \qquad (1\text{-}43)$$

При этом значение

$$\left.\frac{dL_n(\Omega^2)}{d\Omega}\right|_{\Omega=1} = M \qquad (1\text{-}44)$$

является максимальным.

Для нечетных значений $n = 2k+1$ полиномы $L$ определяются по формуле

$$L_n(\Omega^2) = \int_{-1}^{2\Omega-1} u^2(x)\,dx, \qquad (1\text{-}45)$$

где

$$u(x) = a_0 + a_1 P_1(x) + \ldots + a_k P_k(x); \qquad (1\text{-}46)$$

$$a_0 = \frac{a_1}{3} = \frac{a_2}{5} = \ldots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}\,(k+1)}. \qquad (1\text{-}47)$$

$P_k$ — полиномы Лежандра первого рода. Для доказательства (1-45), (1-46) необходимо сначала решить задачу. Рассмотрим класс полиномов $f(x)$ степени $n=2k+1$, для которых выполняются условия

$$f(-1) = 0, f(1) = 1, \frac{df}{dx} \geqslant 0, \quad -1 \leqslant x \leqslant 1. \qquad (1\text{-}48)$$

Определим в данном классе полином $F(x)$ так, что

$$\left.\frac{dF}{dx}\right|_{x=1} = M$$

является максимумом.

При

$$\frac{dF}{dx} = \Phi(x)$$

имеем:

$$\Phi(1) = M, \int_{-1}^{+1} \Phi(x)\,dx = 1, F(x) = \int_{-1}^{x} \Phi(\zeta)\,d\zeta, \Phi(x) \geqslant 0. \qquad (1\text{-}49)$$

Так как полином $\Phi(x)$ положителен, все его корни в интервале $(-1, +1)$ являются парными. Следовательно, его можно представить в виде

$$\Phi(x) = u^2(x) q(x), \qquad (1\text{-}50)$$

где $q(x)$ — четный полином, не имеющий корней в указанном интервале значений $x$;

$$q(x) > 0 \text{ для } -1 < x \leqslant 1. \qquad (1\text{-}51)$$

В точке $x=-1$ $q(x)$ может равняться нулю. В этом случае

$$\left.\frac{dq}{dx}\right|_{x=-1} > 0. \qquad (1\text{-}52)$$

Если $q(x)$ не является постоянной величиной, то его степень должна быть равна по крайней мере двум. Следовательно, полином $q(x) - c(1-x^2)$ должен быть той же степени, что $q(x)$, и для $c$, достаточно малого, должен оставаться положительным, что вытекает из условий (1-51) и (1-52). Поэтому, если постоянная $A_1$ выбрана такой, что

$$A_1 \int_{-1}^{+1} u^2(x)\,[q(x) - c(1-x^2)]\,dx = \int_{-1}^{+1} u^2(x)\,q(x)\,dx = 1, \qquad (1\text{-}53)$$

то $A_1 > 1$ и полином $A_1 \int_{-1}^{x} u^2(\zeta)\,[q(\zeta) - c(1-\zeta^2)]\,d\zeta$ будет в классе полиномов $f(x)$ и его производная в точке $x = +1$ определится выражением

$$A_1 u^2(1) q(1) = A_1 M.$$

Так как по условию $M$ является максимумом, а $A_1 > 1$, то полученное условие невыполнимо. Следовательно, $q(x)$ является постоянной величиной, равной единице. Таким образом,

$$\Phi(x) = u^2(x), \quad u(1) = \sqrt{M} \tag{1-54}$$

и

$$\int_{-1}^{+1} u^2(x)\,dx = 1. \tag{1-55}$$

Для определения полинома $u(x)$, имеющего степень $k$, преобразуем его в ряд

$$u(x) = a_0 + a_1 P_1(x) + \ldots + a_k P_k(x) \tag{1-56}$$

полиномов Лежандра, удовлетворяющих условиям

$$\int_{-1}^{+1} P_k(x)\,P_h(x)\,dx = \begin{cases} 0 \text{ для } h \neq k \\ \dfrac{2}{2k+1} \text{ для } h = k. \end{cases} \tag{1-57}$$

Так как $P_k(1) = 1$, то из (1-54) и (1-56) получаем:

$$a_0 + a_1 + \ldots + a_k = \sqrt{M}, \tag{1-58}$$

а из (1-55) и (1-56) следует, что

$$2a_0^2 + \frac{2}{3} a_1^2 + \ldots + \frac{2}{2k+1} a_k^2 = 1. \tag{1-59}$$

Теперь задача состоит в том, чтобы найти коэффициенты $a_0, a_1, \ldots, a_k$, определяемые условиями (1-58) и (1-59):

$$a_0 = \frac{a_1}{3} = \ldots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{2}\,(k+1)}. \tag{1-60}$$

Из (1-58) и (1-60) величина постоянной $M$ определяется следующим образом:

$$M = \frac{(k+1)^2}{2}.$$

Полином $L_n(x)$ может быть получен из $F(x)$ преобразованием

$$L_n(x) = F(2x-1) = \int_{-1}^{2x-1} u^2(\zeta)\,d\zeta,$$

что аналогично выражению (1-45). Таким образом, справедливость выражений (1-45) и (1-46) доказана.

В [Л. 17, 44] аналогичным образом показано, что при четных значениях степеней $n=2k+2$ полиномы $L_n(\Omega^2)$ описываются следующими выражениями:

$$L_n(\Omega^2) = \int_{-1}^{2\Omega^2-1} (1+x)\left[\sum_{i=0}^{k} a_i P_i(x)\right]^2 dx, \qquad (1\text{-}61)$$

где через $P_i$ обозначены полиномы Лежандра первого рода. Коэффициенты $a_i$ вычисляются по формулам:

для четных $k$

$$a_0 = \frac{a_2}{5} = \ldots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{(k+1)(k+2)}}; \qquad (1\text{-}62)$$

$$a_1 = a_3 = \ldots = a_{k-1} = 0;$$

для нечетных $k$

$$\frac{a_1}{3} = \frac{a_3}{7} = \ldots = \frac{a_k}{2k+1} = \frac{1}{\sqrt{(k+1)(k+2)}}; \qquad (1\text{-}63)$$

$$a_0 = a_2 = \ldots = a_{k-1} = 0$$

Крутизна в точке $\Omega = 1$ определяется выражением

$$\left.\frac{dL_n(\Omega^2)}{d\Omega}\right|_{\Omega=1} = 2(k+1)(k+2). \qquad (1\text{-}64)$$

Табличные значения первых членов полиномов Лежандра [Л.45]:

$$P_1(x) = x;$$

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1);$$

$$P_3(x) = \frac{1}{2}(5x^2 - 3x);$$

$$P_4(x) = \frac{1}{8}(35x^4 - 30x^2 + 3).$$

Из (1-45)—(1-47) и (1-61)—(1-64) получены полиномы $L_n(\Omega^2)$, выражения которых для $n=2\div10$ сведены в табл. 13.

Значение полиномов $L_n(\Omega^2)$ позволяет определить передаточные функции фильтров и найти расположение их полюсов, что необходимо для расчета параметров звеньев и их реализации.

С целью нахождения $W_n(p)$ в выражении

$$G_n(\Omega^2) = \frac{1}{1+\varepsilon L_n^2(\Omega^2)}$$

производится замена переменной $\Omega^2$ на $-p^2$, т. е.

$$W_n(p)\,W_n(-p) = \frac{1}{1+\varepsilon L_n^2(-p^2)}. \qquad (1\text{-}65)$$

*Таблица 13*

*Полиномы типа*

| $n$ | $L_n(\Omega^2)$ |
|---|---|
| 2 | $\Omega^4$ |
| 3 | $3\Omega^6-3\Omega^4+\Omega^2$ |
| 4 | $6\Omega^8-8\Omega^6+3\Omega^4$ |
| 5 | $20\Omega^{10}-40\Omega^8+28\Omega^6-8\Omega^4+\Omega^2$ |
| 6 | $50\Omega^{12}-120\Omega^{10}+105\Omega^8-40\Omega^6+6\Omega^4$ |
| 7 | $175\Omega^{14}-525\Omega^{12}+615\Omega^{10}-355\Omega^8+105\Omega^6-15\Omega^4+\Omega^2$ |
| 8 | $490\Omega^{16}-1\,680\Omega^{14}+2\,310\Omega^{12}-1\,624\Omega^{10}+615\Omega^8-120\Omega^6+10\Omega^4$ |
| 9 | $1\,764\Omega^{18}-7\,056\Omega^{16}+11\,704\Omega^{14}-10\,416\Omega^{12}+5\,376\Omega^{10}-1\,624\Omega^8+$ $+276\Omega^6-24\Omega^4+\Omega^2$ |
| 10 | $5\,292\Omega^{20}-23\,520\Omega^{18}+44\,100\Omega^{16}-45\,360\Omega^{14}+27\,860\Omega^{12}-$ $-10\,416\Omega^{10}+2\,310\Omega^8-280\Omega^6+15\Omega^4$ |

Для рассматриваемого вида аппроксимации отсутствует выражение, определяющее полюсы аппроксимирующих функций в общем виде. Поэтому для заданных величин параметров $n$ и $\varepsilon$ значения полюсов рассчитываются путем нахождения корней знаменателя (1-65) (например, численными методами). При этом порядок аппроксимации определяется из условия требуемой избирательности фильтра, а $\varepsilon$ — из условия заданной неравномерности АЧХ в полосе пропускания. Согласно (1-42) данный параметр может быть рассчитан по формуле

$$\varepsilon = 1/d_1^2 - 1. \qquad (1\text{-}66)$$

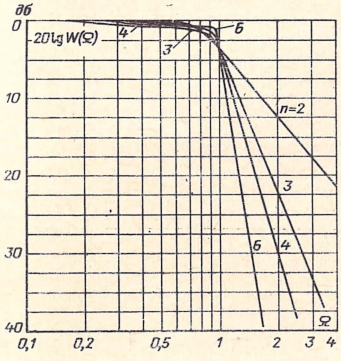



**Рис. 1-7. АЧХ фильтров класса $L$.**

В соответствии с условиями физической реализуемости корни, принадлежащие левой части комплексной плоскости, являются по-

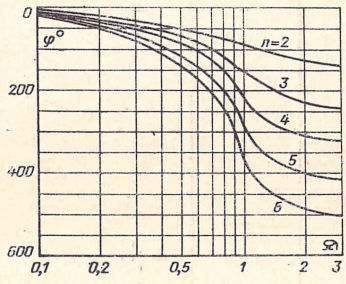



Рис. 1-8. ФЧХ фильтров класса $L$.

*Таблица 14*

*Полюсы аппроксимирующей функции типа L*

| $n=2$ | $n=3$ | $n=4$ | $n=5$ | $r=6$ | $n=8$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $-0,707\pm j\ 0,707$ | $-0,620$ | $-0,550\pm j\ 0,359$ | $-0,468$ | $-0,439\pm j\ 0,240$ | $-0,367\pm j\ 0,181$ |
| — | $-0,345\pm j\ 0,901$ | $-0,232\pm j\ 0,946$ | $-0,388\pm j\ 0,589$ | $-0,309\pm j\ 0,698$ | $-0,300\pm j\ 0,541$ |
| — | — | — | $-0,154\pm j\ 0,968$ | $-0,115\pm j\ 0,978$ | $-0,194\pm j\ 0,875$ |
| — | — | — | — | — | $-0,071\pm j\ 0,988$ |
| — | — | — | — | — | — |

люсами искомой передаточной функции. Так, для $n=3$ и $\varepsilon=1$ ($d_1=0{,}707$) получаем:

$$W_3(p)\,W_3(-p)=\frac{1}{1+L_3(-p^2)}=\frac{1}{1+3p^6-3p^4-p^2}.$$

Выполняя необходимые операции, находим:

$$p_1=-0{,}620;\quad p_{2,3}=-0{,}345\pm j\,0{,}901;$$
$$W(p)=\frac{0{,}577}{p^3+1{,}310p^2+1{,}359p+0{,}577}.$$

Определение полюсов аппроксимирующих функций более высоких порядков является достаточно трудоемкой операцией, для выполнения которой целесообразно использовать ЦВМ.

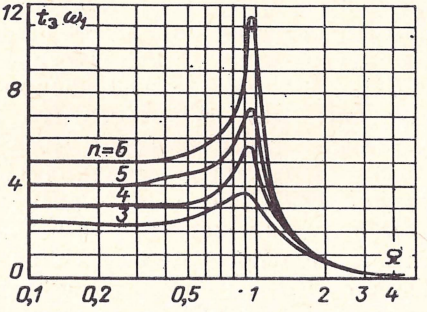



Рис. 1-9. Характеристики времени групповой задержки фильтров класса $L$.

Значения полюсов аппроксимирующих функций типа $L$, рассчитанных в [Л. 16, 44] для нескольких значений $n$ и неравномерности АЧХ в полосе пропускания $a_1=3$ *дб*, приведены в табл. 14. Вид частотных характеристик $W(\Omega)$, $\varphi(\Omega)$ и $t_3(\Omega)$ фильтров класса $L$ показан на рис. 1-7—1-9. Найдем теперь выражение для определения степени аппроксимирующих функций типа $L$, исходя из заданных значений неравномерности в полосе пропускания и величины затухания в полосе задерживания. Последний параметр определяется формулой

$$d_3=\frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon L_n(\Omega_3^2)}}. \qquad (1\text{-}67)$$

Подставляя в (1-67) значение $\varepsilon$ из (1-66) и разрешая выражение относительно $L_n(\Omega_3^2)$, получаем:

$$L_n(\Omega_3^2)\geqslant\frac{d_1^2(1-d_3^2)}{d_3^2(1-d_1^2)}. \qquad (1\text{-}68)$$

Данное неравенство является условием определения порядка аппроксимации. Так как величина $n$ входит в (1-68) в неявном виде как индекс полинома $L_n$, то по заданным значениям $d_1$ и $d_3$ сначала вычисляется правая часть неравенства. Затем по табл. 13 выбирается такой полином, наименьшее значение которого при $x=\Omega_3$ удовлетворяло бы неравенству. Степень найденного полинома является искомой степенью аппроксимации.

## 1-5. Метод преобразования частоты. Переход от ФНЧ к фильтрам других типов

В предыдущих параграфах рассматривались функции, аппроксимирующие идеальную АЧХ фильтра нижних частот. Чтобы не находить аналогичные аппроксимации для остальных типов фильтров, применяют метод преобразования частоты, позволяющий преобразовать полосы пропускания фильтров типа ФВЧ, ПФ и ЗФ в полосу пропускания ФНЧ. При этом можно распространить результаты, полученные для низкочастотных аппроксимаций, на все остальные типы фильтров.

Таким образом, метод преобразования частоты позволяет свести расчет ФВЧ, ПФ и ЗФ к расчету ФНЧ.

Сущность метода заключается в том, что при введении в выражение, определяющее характеристику цепи, нового переменного $P(\omega')$, играющего роль частоты, происходит деформация частотной шкалы исходной характеристики и как следствие, самой цепи. Если выбрать соответствующую функцию $P(\omega')$, то возможно преобразование характеристик цепи к необходимому виду.

Вопросы преобразования частоты первоначально были рассмотрены для цепей, состоящих только из реактивных элементов. В частности, для данных цепей путем подстановки новой переменной в выражение для сопротивлений элементов цепи могут быть получены соотношения, из которых непосредственно вытекает не только характер изменения самой цепи (т. е. каким реактивным двухполюсником должен быть заменен каждый элемент), но и величины элементов новой схемы. Очевидно, что результаты, полученные для преобразования $LC$-цепей, нельзя распространить на активные $RC$-цепи вследствие различия их физических свойств. Поэтому в случае активных $RC$-цепей задачу частотного преобразования необходимо решать в общем виде, находя зависимость между расположением нулей и полюсов передаточных функций исходной и искомой цепей. С этой точки зрения

и будет рассматриваться метод преобразования частоты для активных $RC$-фильтров.

Условимся для краткости называть передаточную функцию ФНЧ низкочастотной, а передаточные функции ФВЧ, ПФ и ЗФ — соответственно высокочастотной, полосовой и заграждающей.

Если комплексную частоту низкочастотной функции обозначить через $p$, а комплексную частоту искомой функции — через $s$, то частотное преобразование в общем виде выразится зависимостью

$$p = P(s). \tag{1-69}$$

Выражение (1-69) должно связывать однозначной зависимостью полюсы низкочастотной функции с полюсами функции требуемого типа.

**Переход от ФНЧ к ФВЧ.** Переход осуществляется с помощью преобразования

$$p = \frac{\Omega_1}{s}, \tag{1-70}$$

которое меняет на оси частот нуль и бесконечность. Для нормированного значения частоты среза выражение (1-70) примет вид:

$$p = \frac{1}{s}. \tag{1-71}$$

Допустим, что для $\Omega_1 = 1$ рассчитан ФНЧ, соответствующий аппроксимации порядка $n$. Используя преобразование (1-71), получим выражение аппроксимирующей функции для ФВЧ того же порядка и той же частоты среза.

Для этого достаточно проследить, как влияет данное преобразование на параметры звеньев ФНЧ. Рассмотрение звеньев в отдельности не уменьшает общности результатов, так как каждое звено является изолированным.

Рассмотрим звенья первого и второго порядка ФНЧ, которые назовем звеньями нижних частот (ЗНЧ) первого и второго порядка.

Вводя преобразование (1-71) в передаточную функцию ЗНЧ первого порядка, получим передаточную

функцию звена верхних частот (ЗВЧ) первого порядка

$$W_{н1}(s)=W_{В1}(p)=\frac{K}{T_н s+1}=\frac{Kp}{p+\frac{1}{\omega_{0н}}}. \qquad (1\text{-}72)$$

Так как член $1/\omega_{0н}$ в знаменателе (1-72) определяет значение собственной частоты звена, то справедливо следующее соотношение между собственными частотами ЗНЧ и ЗВЧ первого порядка:

$$\omega_{0В}=\frac{1}{\omega_{0н}}. \qquad (1\text{-}73)$$

Подставляя (1-71) в передаточную функцию ЗНЧ второго порядка, получаем выражение передаточной функции ЗВЧ второго порядка:

$$W_{н2}(s)=W_{В2}(p)=\frac{K}{s^2+2\xi_н\omega_{0н}s+\omega_{0н}^2}=$$

$$=\frac{Kp^2}{p^2\omega_{0н}^2+2\xi_н\omega_{0н}p+1}. \qquad (1\text{-}74)$$

Знаменатель выражения (1-74) в приведенной форме имеет вид:

$$p^2+\frac{2\xi_н}{\omega_{0н}}p+\frac{1}{\omega_{0н}^2},$$

откуда значения параметров звена определятся следующим образом:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{1}{\omega_{0н}^2}}=\frac{1}{\omega_{0н}}; \qquad (1\text{-}75)$$

$$\xi_В=\frac{2\xi_н\omega_{0н}}{2\omega_{0н}}=\xi_н. \qquad (1\text{-}76)$$

Как видно из (1-72) и (1-74), в числителях передаточных функций ЗВЧ имеются множители $p$ и $p^2$, дающие простой и кратный нуль в начале координат $p$-плоскости. Наличие нулей говорит о характере преобразования цепи, т. е. конденсаторы должны включаться последовательно с источником сигнала. Таким образом, фи-

зический смысл преобразования низкочастотной цепи в высокочастотную заключается в замене резисторов конденсаторами, а конденсаторов резисторами.

Выражение (1-76) говорит о том, что преобразование не меняет значений коэффициентов затухания звеньев, поэтому избирательность ФВЧ остается равной избирательности ФНЧ. Таким образом, на основании полученных результатов можно установить следующий порядок синтеза ФВЧ при использовании метода преобразования частоты:

1. По величинам неравномерности в полосе пропускания и затухания в полосе задерживания, заданным для ФВЧ, находятся вид и порядок низкочастотной аппроксимирующей функции.

2. С помощью (1-75) и (1-76) по полюсам низкочастотной функции определяются параметры (собственные частоты и коэффициенты затухания) звеньев ФВЧ.

3. В соответствии с найденными параметрами производится реализация звеньев ФВЧ.

**Переход от ФНЧ к ПФ.** Построение полосовых фильтров может осуществляться двумя способами. Первый заключается в составлении их из ФВЧ и ФНЧ, частоты среза которых являются граничными частотами ПФ. В этом случае благодаря изолированности ФНЧ и ФВЧ возможны независимая перестройка частот среза и изменение полосы пропускания ПФ. Применение данного способа целесообразно также в тех случаях, когда ПФ должен иметь большую относительную полосу пропускания, соизмеримую со средней частотой или превышающую ее.

При этом передаточная функция ПФ представляет собой произведение низкочастотной и высокочастотной функций:

$$W_{\text{п}2n}(p) = W_{\text{нп}}(p)\, W_{\text{В}n}(p) = \frac{p^n}{P_{\text{нп}} P_{\text{В}n}}. \qquad (1\text{-}77)$$

Синтез ПФ в данном случае сводится к синтезу ФНЧ и ФВЧ.

Второй способ заключается в составлении полосового фильтра из звеньев, имеющих частотные характеристики «резонансного» типа. Если (1-77) переписать для $n=2$

$$W_{\text{п}4}(p) = \frac{p}{P_{\text{п}2}} \frac{p}{P_{\text{п}2}}, \qquad (1\text{-}78)$$

то сомножители (1-78) можно рассматривать как передаточные функции звеньев, которые назовем полосовыми звеньями (ПЗ) второго порядка. Таким образом, полосовой фильтр может быть составлен из полосовых звеньев.

Этот способ имеет большое значение при построении полосовых фильтров с фиксированной настройкой и относительно узкой полосой пропускания, когда реализация их с помощью ФНЧ и ФВЧ становится невыгодной ввиду малоэффективного использования звеньев этих фильтров.

Передаточная функция полосового звена имеет вид:

$$W_{\text{п2}}(p)=\frac{pK}{p^2+2\xi_{\text{п}}\omega_{0\text{п}}p+\omega_{0\text{п}}^2}. \qquad (1\text{-}79)$$

Она имеет два полюса и простой нуль в начале координат.

Как в ЗНЧ и ЗВЧ, параметрами полосового звена являются собственная частота $\omega_{0\text{п}}$ и относительный коэффициент затухания $\xi_{\text{п}}$. Параметры ПЗ можно выбрать таким образом, чтобы результирующая частотная характеристика полосового фильтра соответствовала выбранному типу аппроксимации. При этом связь между полюсами низкочастотной и полосовой функций устанавливается с помощью преобразования типа

$$p=\Omega_{\text{с}}\left(\frac{s}{\Omega_{\text{с}}}+\frac{\Omega_{\text{с}}}{s}\right), \qquad (1\text{-}80)$$

где $p$ — комплексная частота низкочастотной функции; $s$ — комплексная частота полосовой функции; $\Omega_{\text{с}}$ — средняя частота полосового фильтра.

Если нормированная средняя частота равна единице, то (1-80) упрощается:

$$p=s+\frac{1}{s}=\frac{s^2+1}{s}. \qquad (1\text{-}81)$$

Решая (1-81) относительно $s$, найдем значения полюсов полосовой функции, выраженные через $p$:

$$s_{k1},\ s_{k2}=\frac{p_k}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p_k}{2}\right)^2-1}. \qquad (1\text{-}82)$$

Из (1-82) видно, что полюс низкочастотной функции преобразуется в два полюса полосовой функции, имеющих комплексно-сопряженные значения. Если $p_k$ имеет вещественное значение, то он дает два комплексно-сопряженных полюса полосовой функции, а если комплексно-сопряженное, то две пары комплексно-сопряженных полюсов полосовой функции.

Следует отметить, что выражение (1-81) имеет множитель $1/s$, означающий, что преобразование низкочастотного полюса создает не только два полюса полосовой функции, но также нуль в начале координат. Поэтому вещественный полюс дает один простой нуль, а комплексно-сопряженный полюс — два простых нуля в начале координат $p$-плоскости.

Если выразить передаточную функцию ПФ через значение ее полюсов, найденных в результате преобразования, то получим следующие результаты: каждая пара комплексно-сопряженных полюсов дает в знаменателе передаточной функции сомножитель-многочлен второй степени типа $(p^2+2\xi_{\text{п}}\omega_{0\text{п}}p+\omega^2_{0\text{п}})$, а каждый нуль — сомножитель $p$ в числителе. Следовательно, передаточная функция ПФ может быть представлена в виде произведения передаточных функций полосовых звеньев, число которых равно числу полюсов низкочастотной функции, а параметры звеньев определяются значениями полюсов, найденных из (1-82).

Рассмотрим более подробно (1-82). Подставляя в него значение $p_k=-\sigma_k \pm j\omega_k$, получаем:

$$s_{k_1}, s^*_{k_1}, s_{k_2}, s^*_{k_2} = -\frac{\sigma_k}{2} \pm j\frac{\omega_k}{2} \pm \sqrt{\frac{(-\sigma_k \pm j\omega_k)^2}{4} - 1}, \quad (1\text{-}83)$$

где знаком * обозначены сопряженные значения полюсов.

Найдем отдельно радикал в (1-83):

$$\sqrt{\frac{(-\sigma_k \pm j\omega_k)^2}{4} - 1} = \frac{1}{2}\sqrt{A \pm jE}, \quad (1\text{-}84)$$

где

$$A = \sigma_k^2 - \omega_k^2 - 4;$$

$$E = 2\sigma_k\omega_k.$$

Извлечение корня в (1-84) имеет следующие решения:

$$\sqrt{A+jE}=\pm\left(\sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}+\right.$$

$$\left.+j\sqrt{\frac{-A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}\right);$$

$$\sqrt{A-jE}=\pm\left(\sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}-\right.$$

$$\left.-j\sqrt{\frac{-A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}\right).$$

Уравнение $2\sigma_k\omega_k=E$ показывает, что $E<0$ в том случае, если $\sigma_k$ и $\omega_k$ имеют разные знаки. Следовательно, (1-84) можно переписать как

$$\sqrt{\frac{(-\sigma_k\pm j\omega_k)^2}{4}-1}=\pm\frac{1}{2}\times$$

$$\times\left(\sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2+E}}{2}}\mp j\sqrt{\frac{-A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}\right).$$

Подставляя полученный результат в (1-83), находим выражения для полюсов полосовой функции:

$$S_{k_1}S^*_{k_1}S_{k_2}S^*_{k_2}=\left(-\frac{\sigma_k}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{\frac{A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}\right)\pm$$

$$\pm j\left(\frac{\omega_k}{2}\mp\frac{1}{2}\sqrt{\frac{-A+\sqrt{A^2+E^2}}{2}}\right), \qquad (1\text{-}85)$$

где $\sigma_k$ и $\omega_k$ — действительные и мнимые части $k$-го полюса низкочастотной функции.

Выражение (1-85) позволяет преобразовать низкочастотную функцию в полосовую.

Для синтеза полосовых фильтров на основе полученного преобразования необходимо выяснить соотношение между полосами пропускания исходного ФНЧ и синтезируемого ПФ, а также установить зависимость между средней частотой и частотами среза ПФ.

Рассмотрим преобразование (1-80), приняв в нем $p=j\Omega$ и $s=j\omega'$. Решая его относительно $\omega'$, получаем:

$$\omega' = \Omega_c \left( \frac{\Omega}{2\Omega_c} \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega}{2\Omega_c}\right)^2 + 1} \right). \qquad (1\text{-}86)$$

Подставляя в (1-86) значение частоты среза ФНЧ, т. е. $\Omega=\Omega_1$, получаем два значения частоты $\omega'=\omega'_1$. Одно из них положительное и лежит выше значения средней частоты $\Omega_c$

$$\omega'_1 = \Omega_c \left( \frac{\Omega_1}{2\Omega_c} + \sqrt{\left(\frac{\Omega_1}{2\Omega_c}\right)^2 + 1} \right), \qquad (1\text{-}87)$$

другое отрицательное и по абсолютной величине меньше частоты $\Omega_c$:

$$-\omega'_{-1} = \omega_c \left( \sqrt{\left(\frac{\Omega_1}{2\Omega_c}\right)^2 + 1} - \frac{\Omega_1}{2\Omega_c} \right), \qquad (1\text{-}88)$$

При $\Omega=-\Omega_1$ получим положительное значение частоты, лежащее ниже частоты $\Omega_c$:

$$\omega'_{-1} = \Omega_c \left( \sqrt{\left(\frac{\Omega_1}{2\Omega_c}\right)^2 + 1} - \frac{\Omega_1}{2\Omega_c} \right), \qquad (1\text{-}89)$$

и отрицательное значение частоты, по абсолютной величине большее частоты $\Omega_c$:

$$-\omega'_1 = -\Omega_c \left( \frac{\Omega_1}{2\Omega_c} + \sqrt{\left(\frac{\Omega_1}{2\Omega_c}\right)^2 + 1} \right). \qquad (1\text{-}90)$$

Частоте $\Omega=\Omega_1=0$ соответствует $\omega'=\pm\omega'_1=\pm\omega'_{-1}=\Omega_c$, т. е. средняя частота полосового фильтра соответствует нулевой частоте в ФНЧ [Л. 55].

Полученным выражениям соответствуют графики частотных характеристик рис. 1-10.

Из выражений для частот среза полосового фильтра физический смысл имеют только (1-87) и (1-89), так как они соответствуют положительным значениям частот. При проектировании полосовых фильтров одним из исходных параметров является полоса пропускания. Предположим, что частоты $\Omega_1$, $\omega'_1$ и $\omega'_{-1}$ (рис. 1-10) соответствуют такому уровню частотных характеристик $W_н(\Omega)$ и $W_п(\omega')$, на котором измеряется полоса пропускания. Для ФНЧ она измеряется от нуля до $\Omega_1$, т. е. $\Delta\Omega=\Omega_1$.

Для полосового фильтра полоса пропускания определяется как разность частот среза, т. е. $\Delta\omega'=\omega'_1-\omega'_{-1}$.

Подставляя значения $\omega'_1$ и $\omega'_{-1}$, определенные выражениями (1-87) и (1-89), получаем:

$$\Delta\omega' = \omega'_1 - \omega'_{-1} = \Omega_1 = \Delta\Omega, \qquad (1\text{-}91)$$

т. е. полосы пропускания ПФ и ФНЧ равны независимо от значения уровня, на котором они измеряются. Выра-

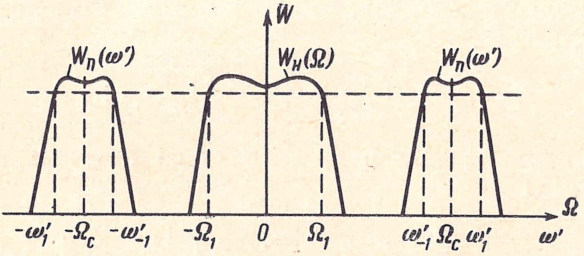



Рис. 1-10. АЧХ $W_н(\Omega)$ ФНЧ и $W_п(\omega')$ ПФ, полученного в результате частотного преобразования.

жение (1-91) является одним из основных соотношений, на котором основывается преобразование низкочастотного фильтра в полосовой.

Так как полюсы низкочастотных аппроксимирующих функций соответствуют относительной полосе пропускания ФНЧ, равной единице, то при преобразовании ФНЧ в ПФ необходимо значения этих полюсов умножать на требуемую величину полосы пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}$. С учетом сказанного (1-85) окончательно перепишется следующим образом:

$$s_{k_1},\ s^*_{k_1} = \left( -\frac{\sigma_k \frac{\Delta\omega'}{\omega_c}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2+E^2}}{2}} \right) \pm$$

$$\pm j\left( \frac{\omega_k \frac{\Delta\omega'}{\omega_c}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2+E^2}}{2}} \right);$$

$$s_{k_2},\ s^*_{k_2} = \left( -\frac{\sigma_k \frac{\Delta\omega'}{\omega_c}}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2+E^2}}{2}} \right) \pm$$

$$\pm j\left( \frac{\omega_k \frac{\Delta\omega'}{\omega_c}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2+E^2}}{2}} \right), \qquad (1\text{-}92)$$

где

$$A = (\sigma_k^2 - \omega_k^2)\left(\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}\right)^2 - 4;$$

$$E = 2\sigma_k\omega_k\left(\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}\right)^2.$$

Определим теперь зависимость между частотами среза ПФ и его средней частотой. Для этого, перемножив (1-87) и (1-89), получим:

$$\omega'_1\omega'_{-1} = \omega_c^2. \qquad (1\text{-}93)$$

Следовательно, средняя частота является средним геометрическим частот среза, отсчитанных на одном уровне, а частотная характеристика полосового фильтра имеет геометрическую симметрию.

Выражение (1-93) является вторым расчетным соотношением, связывающим параметры ФНЧ и ПФ.

Большой практический интерес представляет случай арифметической симметрии частотной характеристики полосового фильтра, который имеет место при узкой полосе пропускания, т. е. при $\Delta\omega'/\omega_c \ll 1$.

В этом случае, пренебрегая слагаемыми $\left(\frac{\Omega_1}{2\omega_c}\right)^2 = \left(\frac{\Delta\omega'}{2\omega_c}\right)^2$ в подкоренных выражениях (1-87) и (1-89) и складывая полученные результаты, находим:

$$\omega_c = \frac{1}{2}(\omega'_1 + \omega'_{-1}); \qquad (1\text{-}94)$$

$$\left.\begin{aligned}\omega_1 &= \omega_c + \frac{1}{2}\Delta\omega';\\ \omega_{-1} &= \omega_c - \frac{1}{2}\Delta\omega'.\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}95)$$

Выражения (1-94) и (1-95) говорят об арифметической симметрии частотной характеристики полосового фильтра при узкой полосе пропускания, так как средняя частота в этом случае является средним арифметическим частот среза. Очевидно, что точность полученного выражения тем выше, чем уже полоса пропускания $\Delta\omega'/\omega_c$. Погрешность узкополосного приближения может

быть оценена с помощью коэффициента относительной асимметрии, определенного на уровне полосы пропускания,

$$\gamma = \frac{\Delta\omega_1 - \Delta\omega_2}{\Delta\omega'}, \qquad (1\text{-}96)$$

где $\Delta\omega_1 = \omega'_1 - \Omega_c$, $\Delta\omega_2 = \Omega_c - \omega'_{-1}$ части полосы пропускания $\Delta\omega' = \omega'_1 - \omega_{-1}$, лежащие соответственно выше и ниже средней частоты $\Omega_c$.

На основании выражений (1-87) и (1-89) получаем:

$$\gamma = \frac{2\Omega_c}{\Delta\omega'}\left(\sqrt{1 + \frac{\Omega_1^2}{4\Omega_c^2}} - 1\right). \qquad (1\text{-}97)$$

Представляя в (1-97) радикал в виде ряда

$$\left(1 + \frac{\Omega_1^2}{4\Omega_c^2}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2}\frac{\Omega_1^2}{4\Omega_c^2} -$$

$$- \frac{1}{8}\left(\frac{\Omega_1^2}{4\Omega_c^2}\right)^2 + \frac{3}{48}\left(\frac{\Omega_1^2}{4\Omega_c^2}\right)^3 - \ldots$$

и ограничиваясь двумя первыми членами, находим:

$$\gamma \approx \frac{1}{2}\frac{2\omega_c}{\Delta\omega'}\frac{\Omega_1^2}{4\omega_c^2} = \frac{\Delta\omega'}{4\omega_c}. \qquad (1\text{-}98)$$

Выражение (1-98) позволяет определить значение относительной полосы пропускания фильтра, при котором асимметрия частотной характеристики не будет превышать заданного значения.

Допустимая величина асимметрии частотных характеристик с точки зрения инженерного расчета фильтров может быть принята равной 5—10%. Возникающая при этом ошибка определения собственных частот звеньев будет иметь тот же порядок и может быть легко скорректирована при настройке фильтров. Из (1-98) видно, что значениям $\gamma = 5 \div 10\%$ соответствует величина полосы пропускания $\Delta\omega'/\omega_c = 0{,}2 \div 0{,}4$, для которой метод узкополосного приближения еще может обеспечить достаточную для практики точность.

Рассмотрим связь между полюсами низкочастотной и полосовой функций при арифметической симметрии частотной характеристики ПФ.

Так как для этого случая $\Delta\omega'/\omega_c \ll 1$, то (1-92) может быть упрощено. Действительно, ввиду того что

$$A_1^2 = \left[(\sigma_k^2 - \omega_k^2)\left(\frac{\Delta\omega'}{\Omega_c}\right)^2 - 4\right]^2 \gg E^2 =$$

$$= \left[2\sigma_k\omega_k\left(\frac{\Delta\omega'}{\Omega_c}\right)^2\right]^2$$

величиной $E^2$ в (1-92) можно пренебречь. Кроме того, вследствие справедливости неравенства

$$(\sigma_k^2 - \omega_k^2)\left(\frac{\Delta\omega}{\Omega_c^2}\right)^2 \ll 4$$

можно считать, что $A \approx -4$.

Учитывая сделанные допущения, для случая арифметической симметрии частотных характеристик (1-92) можно переписать следующим образом:

$$s_{k_1}s^*_{k_1}s_{k_2}s^*_{k_2} = -\frac{\sigma_k\dfrac{\Delta\omega'}{\omega_c}}{2} \pm \left(1 \pm \frac{\omega_k\dfrac{\Delta\omega'}{\omega_c}}{2}\right). \quad (1\text{-}99)$$

Выражение (1-99) представляет собой зависимость между полюсами полосовой и низкочастотной функций для случая арифметической симметрии частотной характеристики ПФ.

Таким образом, результаты частотного преобразования ФНЧ в ПФ позволяют установить следующий порядок синтеза полосовых фильтров:

1. По требованиям, предъявляемым к синтезируемому полосовому фильтру (полоса пропускания, значение неравномерности в ее пределах и величина затухания в полосе задерживания), определяются тип и степень низкочастотной аппроксимирующей функции.

2. С помощью формул частотного преобразования полюсы низкочастотной функции пересчитываются в полюсы полосовой функции и определяются параметры звеньев полосового фильтра.

3. По найденным параметрам производится реализация звеньев.

**Переход от ФНЧ к заграждающему фильтру (ЗФ).** Как и в случае полосно-пропускающих фильтров, построение заграждающих фильтров может осуществляться двумя способами. Первый заключается в составлении заграждающего фильтра из ФНЧ и ФВЧ, включенных параллельно. В этом случае частоты среза ФНЧ и ФВЧ являются граничными частотами полосы задерживания. Применение данного способа целесообразно, если заграждающий фильтр должен иметь независимую перестройку граничных частот и изменяемую относительную полосу задерживания. Передаточная функция такого ЗФ представляет собой сумму низкочастотной и высокочастотной функций:

$$W_{зп}(p) = W_{нп}(p) + W_{Вп}(p).$$

Синтез заграждающего фильтра в данном случае сводится к синтезу ФНЧ и ФВЧ, частоты среза и избирательность которых соответствует параметрам ЗФ.

Второй способ заключается в составлении заграждающего фильтра из звеньев, имеющих частотные характеристики режекторного типа. Назовем их режекторными звеньями (РЗ). В этом случае передаточная функция ЗФ является произведением передаточных функций РЗ. Данный способ следует применять при построении узкополосных заграждающих фильтров с фиксированной настройкой.

Синтез заграждающих фильтров данного типа производится на основе выбранного вида аппроксимации. При этом переход от низкочастотной к заграждающей функции осуществляется с помощью следующего преобразования:

$$p = \frac{\bar{s}}{\bar{s}^2 + \Omega_c^2} \frac{\Delta\bar{\omega}}{\Omega_c}, \qquad (1\text{-}100)$$

где $p$ — комплексная частота низкочастотной функции;
$\bar{s}$ — комплексная частота заграждающей функции;
$\Omega_c$ — средняя частота полосы заграждения;
$\frac{\Delta\bar{\omega}}{\Omega_c}$ — величина относительной полосы заграждения.

Если нормированное значение $\Omega_c$ равно единице, то выражение (1-100) получит вид:

$$p=\frac{\bar{s}\Delta\bar{\omega}}{\bar{s}^2+1}. \qquad (1\text{-}101)$$

Разрешая (1-101) относительно $\bar{s}$, найдем значения полюсов заграждающей функции, выраженные через $p$:

$$\bar{s}_{k_1},\ \bar{s}_{k_1}=\frac{\Delta\bar{\omega}}{2p_k}\pm\sqrt{\frac{\Delta\bar{\omega}}{4p_k^2}-1}. \qquad (1\text{-}102)$$

Из (1-102) следует, что полюс низкочастотной функции преобразуется в два полюса заграждающей функции, имеющие комплексно-сопряженные значения, причем чисто вещественное значение $p_k$ дает одну пару комплексно-сопряженных полюсов, а комплексно-сопряженные значения $p_k$ — две такие пары. Кроме того, уравнение (1-100), будучи подставленным в выражение простого сомножителя (1-20), даст множитель в числителе заграждающей функции типа $(\bar{s}^2+\Omega^2_c)$, что образует два нуля передачи, расположенных в точках $\pm j\Omega_c$. Таким образом, выражение для заграждающей функции $n$-го порядка будет иметь вид:

$$W_{зn}(\bar{s})=\frac{(\bar{s}^2+\Omega_c^2)^n}{\prod\limits_{k=1}^{n}\left[\bar{s}-\left(\frac{\Delta\bar{\omega}}{2p_k}\pm\sqrt{\frac{\Delta\bar{\omega}^2}{4p_k^2}-1}\right)\right]}. \qquad (1\text{-}103)$$

Рассмотрим более подробно выражение (1-102). Подставляя в него значение $k$-го полюса низкочастотной функции $p_k=-\sigma_k\pm j\omega_k$, получаем:

$$\bar{s}_{k_1},\ \bar{s}^*_{k_1},\ \bar{s}_{k_2},\ \bar{s}^*_{k_2}=\frac{\Delta\bar{\omega}}{2(-\sigma_k\pm j\omega_k)}\pm$$

$$\pm\sqrt{\frac{\Delta\bar{\omega}^2}{4(-\sigma_k\pm j\omega_k)^2}-1}, \qquad (1\text{-}104)$$

где знаком * обозначены сопряженные значения полюсов.

Представим радикал в (1-104) следующим образом:

$$\sqrt{\frac{\Delta\bar{\omega}^2}{4(-\sigma_k \pm j\omega_k)^2} - 1} = \sqrt{A \pm jE}, \qquad (1\text{-}105)$$

где

$$A = \frac{(\sigma_k^2 - \omega_k^2)\,\Delta\bar{\omega}^2}{4(\sigma_k^2 + \omega_k^2)^2} - 1;$$

$$E = \frac{\sigma_k \omega_k \Delta\bar{\omega}^2}{2(\sigma_k^2 + \omega_k^2)^2}.$$

Следовательно, извлечение корня в (1-105) имеет вид:

$$\pm\sqrt{\frac{\Delta\bar{\omega}^2}{4(-\sigma_k \pm j\omega)^2} - 1} = \pm\left(\sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + E^2}}{2}} \pm \right.$$

$$\left. \pm\, j\sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2 + E^2}}{2}}\right).$$

Подстановка данного результата в (1-105) и его преобразование дают следующие выражения для комплексно-сопряженных пар полюсов заграждающей функции:

$$\left.\begin{aligned}
\bar{s}_{k_1},\ \bar{s}^*_{k_1} &= \left[-\frac{\sigma_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2 + \omega_k^2)} + \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + E^2}}{2}}\right] \pm \\
&\pm\, j\left[\frac{\omega_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2 + \omega_k^2)} - \sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2 + E^2}}{2}}\right], \\
\bar{s}_{k_2},\ \bar{s}^*_{k_2} &= \left[-\frac{\sigma_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2 + \omega_k^2)} + \sqrt{\frac{A + \sqrt{A^2 + E^2}}{2}}\right] \pm \\
&\pm\, j\left[\frac{\omega_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2 + \omega_k^2)} + \sqrt{\frac{-A + \sqrt{A^2 + E^2}}{2}}\right],
\end{aligned}\right\} \qquad (1\text{-}106)$$

где величины $A$ и $E$ определяются по формулам (1-105), а $\sigma_k$ и $\omega_k$ являются действительной и мнимой частью $k$-го полюса низкочастотной функции.

Полученные выражения представляют собой зависимость между полюсами низкочастотной и заграждающей функций. При арифметической симметрии частотной характеристики ЗФ, т. е. при $\Delta\bar{\omega} \ll 1$, выражение (1-106) может быть упрощено.

Действительно, при сделанном допущении справедливо неравенство $A^2 \gg E^2$, вследствие чего величиной $E^2$ в (1-106) можно пренебречь. Кроме того, ввиду малости величины $\Delta\bar{\omega}^2$ можно считать $A \approx -1$. Следовательно, для случая арифметической симметрии частотной характеристики ЗФ выражения (1-106) будут иметь вид:

$$\left.\begin{aligned} \bar{s}_{k_2},\ \bar{s}^*_{k_1} &= -\frac{\sigma_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2+\omega_k^2)} \pm j\left(1-\frac{\omega_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2+\omega_k^2)}\right); \\ s_{k_2},\ \bar{s}^*_{k_2} &= -\frac{\sigma_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2+\omega_k^2)} \pm j\left(1+\frac{\omega_k \Delta\bar{\omega}}{2(\sigma_k^2+\omega_k^2)}\right), \end{aligned}\right\} \quad (1\text{-}107)$$

Точность полученного приближения определяется теми же соотношениями, что и для ПФ. Кроме того, для ЗФ также справедливы следующие зависимости между граничными частотами и полосой заграждения:

$$\omega_1 \omega_{-1} = \omega_c^2 \quad \text{и} \quad \omega_1 - \omega_{-1} = \Delta\bar{\omega}.$$

Синтез ЗФ выполняется в порядке, рассмотренном для ПФ

*ГЛАВА ВТОРАЯ*

# СХЕМНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЗВЕНЬЕВ ПЕРВОГО И ВТОРОГО ПОРЯДКОВ

## 2-1. Обобщенная блок-схема усилительного звена

Задача реализации аппроксимирующих функций состоит в нахождении схем звеньев 1-го и 2-го порядков, имеющих требуемое расположение нулей и полюсов передаточных функций. Реализация чисто вещественных полюсов не встречает затруднений, так как она выполняется звеньями 1-го порядка, состоящими из элементарных $RC$-цепочек. Комплексно-сопряженные полюсы имеют передаточные функции звеньев 2-го порядка с коэффициентами затухания меньшими единицы ($\xi < 1$), которые не могут быть получены в пассивных $RC$-цепях. Поэтому было предложено несколько методов реализации комплексно-сопряженных полюсов с применением активных элементов. В качестве последних в настоящее время используются электронные устройства типа усилителей, инверторов импеданса и гираторов.

Сравнение существующих методов реализации показывает, что для построения активных $RC$-фильтров низких и инфранизких частот наиболее приемлемы схемы с усилителями напряжения. При этом схемы с операционными усилителями обеспечивают наибольшую стабильность характеристики фильтров, но удорожают и усложняют их.

Реализация аппроксимирующих функций схемами с положительной обратной связью значительно проще и

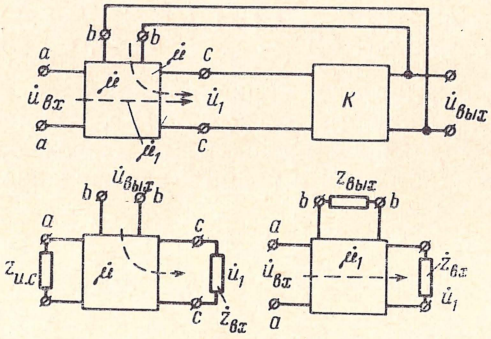



Рис. 2-1. Обобщенная блок-схема усилительного звена.

дешевле, так как схемы и конструкции усилителей в данном случае намного упрощаются.

В данной главе рассматривается схемная реализация звеньев, в которых используются усилители напряжения и $RC$-схемы в цепи положительной обратной связи [Л. 8]. Анализ звеньев производится на основе обобщенной блок-схемы усилительного звена [Л. 7].

В общем случае блок-схема состоит из усилителя и $RC$-цепи обратной связи с коэффициентами передачи соответственно $K$ и $\mu$ (рис. 2-1). Величины, являющиеся функциями комплексной частоты $p=\sigma+j\omega$, отмечены сверху точкой.

Так как рассматриваемая система линейна, то, согласно принципу суперпозиции, напряжение $\dot{u}_1$ будет линейной функцией напряжения, действующего на зажимах $RC$-цепи.

Поэтому можно написать:

$$\dot{u}_1 = \dot{\mu}\,\dot{u}_{вых} + \dot{\mu}_1 \dot{u}_{вх}, \qquad (2\text{-}1)$$

где $\dot{\mu}$ и $\dot{\mu}_1$ — коэффициенты пропорциональности.

Если

$$\dot{u}_{\text{вых}} = K\dot{u}_1, \tag{2-2}$$

где $K$ — коэффициент усиления, то, подставляя (2-1) в (2-2), получим:

$$\dot{u}_{\text{вых}}(1 - \dot{\mu}K) = \dot{\mu}_1 K \dot{u}_{\text{вх}},$$

откуда

$$W(p) = \frac{\dot{u}_{\text{вых}}}{\dot{u}_{\text{вх}}} = \frac{K\dot{\mu}_1}{1 - \dot{\mu}K}. \tag{2-3}$$

Выражение (2-3) можно назвать уравнением обобщенного усилительного звена, в котором величина

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{\text{вх}}}\Bigg|_{\dot{u}_{\text{вых.х.х}} = 0} \tag{2-4}$$

представляет собой коэффициент передачи $RC$-цепи от зажимов $aa$ к $cc$ при включенном на зажимах $bb$ выходном сопротивлении усилителя $\dot{z}_{\text{вых}}$, а

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{\text{вых}}}\Bigg|_{\dot{u}_{\text{вх}} = 0} \tag{2-5}$$

— коэффициент передачи $RC$-цепи от зажимов $bb$ к $cc$ при включенном на зажимах $aa$ внутреннем сопротивлении источника сигнала $\dot{z}_{\text{и.с}}$.

Иными словами, коэффициенты $\dot{\mu}$ и $\dot{\mu}_1$ могут быть найдены путем преобразования $RC$-цепи. В нижней части рис. 2-1 приведены эквивалентные схемы, соответствующие (2-4) и (2-5).

При анализе схем звеньев будет учитываться конечность величин входных сопротивлений усилителей, которые для диапазона низких и инфранизких частот можно считать чисто активными. Поэтому в дальнейшем будем полагать $\dot{z}_{\text{вх}} = R_{\text{вх}}$.

В практических схемах усилителей величины выходных сопротивлений равны нескольким сотням ом (это будет показано ниже). По сравнению с величинами резисторов $RC$-цепей они пренебрежимо малы, поэтому будем полагать $\dot{z}_{\text{вых}} = 0$.

Целью анализа является нахождение передаточных функций звеньев и получение расчетных выражений для определения собственных частот и коэффициентов затухания.

## 2-2. Звенья нижних и верхних частот 1-го порядка

Звенья 1-го порядка имеют один реактивный элемент. Поэтому изолированное звено нижних частот 1-го порядка состоит из $RC$-цепочки нижних частот и буферного усилителя с входным сопротивлением $R_{вх}$ (рис. 2-2).

Передаточная функция ЗНЧ 1-го порядка имеет вид:

$$W(p)=\frac{\dot{u}_{вых}}{\dot{u}_{вх}}=\frac{\frac{K}{T_1}}{p+\frac{1}{T_\Sigma}}, \qquad (2\text{-}6)$$

где $T_1=R_1C_1$;

$$T_\Sigma=\frac{R_1R_{вх}}{R_1+R_{вх}}C_1.$$

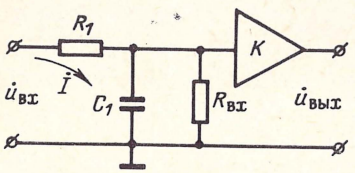



Рис. 2-2. Схема звена нижних частот первого порядка.

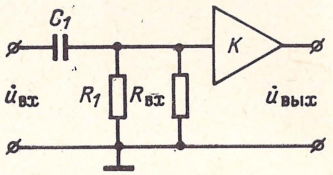



Рис. 2-3. Схема звена верхних частот первого порядка.

В соответствии с (2-6) собственная частота звена определяется по формуле

$$\omega_0=\frac{1}{T_\Sigma}=\frac{1}{R_1C_1}\left(1+\frac{R_1}{R_{вх}}\right), \qquad (2\text{-}7)$$

Входное сопротивление усилителя оказывает существенное влияние на собственную частоту звена. Так как в практических схемах величина $R_{вх}$ имеет значительный разброс и сравнительно малую стабильность, то для снижения влияния входного сопротивления на величину $\omega_0$ отношение $R_1/R_{вх}$ следует уменьшать.

Определим уход собственной частоты вследствие изменения $R_{вх}$. Дифференцируя (2-7) по $R_{вх}$ и заменяя дифференциалы конечными приращениями, получаем:

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}=-\frac{R_1}{R_1+R_{вх}}\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}. \qquad (2\text{-}8)$$

При $R_1/R_{вх}\ll 1$ формула (2-7) приобретает более простой вид:

$$\omega_0=\frac{1}{R_1C_1}. \qquad (2\text{-}9)$$

Относительная ошибка вычисления по (2-9) собственной частоты звена определяется отношением $R_1/R_{вх}$.

Рассмотрим теперь звено верхних частот 1-го порядка (рис. 2-3). Нетрудно показать, что передаточная функция звена выражается

$$W(p)=\frac{\dot{u}_{вых}}{\dot{u}_{вх}}=\frac{Kp}{p+\frac{1}{T_\Sigma}}, \qquad (2\text{-}10)$$

где

$$T_\Sigma=\frac{R_1R_{вх}}{R_1+R_{вх}}C_1$$

Собственная частота ЗВЧ 1-го порядка, определяется по формуле

$$\omega_0=\frac{1}{T_\Sigma}=\frac{1}{R_1C_1}\left(1+\frac{R_1}{R_{вх}}\right). \qquad (2\text{-}11)$$

Так как данная формула идентична (2-7), то для звена верхних частот справедливы все выводы, сделанные в отношении влияния входного сопротивления усилителя на собственную частоту звена нижних частот. Поэтому при расчете величины резистора $RC$-цепи следует пользоваться выражением (2-8). Аналогично, при условии $R_1/R_{вх}\ll 1$ собственная частота звена верхних частот определяется по формуле (2-9).

## 2-3. Звенья нижних и верхних частот 2-го порядка

а) Звено нижних частот 2-го порядка с неизолированными секциями $RC$-цепи (ЗНЧ2Н).

Звено состоит из двухсекционной $RC$-цепи нижних частот и усилителя с коэффициентом усиления $K$ (рис. 2-4). Положительная обратная связь осуществляется с помощью конденсатора $C_1$ — элемента $RC$-цепи. Исходным уравнением для вывода передаточной функции звена служит уравнение (2-3). Определим его коэффициенты $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$.

В соответствии с формулой (2-4) и рис. 2-4 величина $\dot{\mu}_1$ является коэффициентом передачи $RC$-цепи при условии, что обратная связь отсутствует, а конденсатор $C_1$ соединен с нулевым потенциалом схемы через выходное сопротивление усилителя. Соответствующая сделанному

допущению $\dot{z}_{вых}=0$ эквивалентная схема показана на рис. 2-5. Для данной схемы справедлива следующая система уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
\dot{u}_1&=\frac{R_{вх}x_2}{R_{вх}+x_2}\dot{I}_1;\\
\dot{I}_1&=\frac{\dot{u}_{c1}}{R_2\parallel\left(\frac{R_{вх}x_2}{R_{вх}+x_2}\right)};\\
\dot{u}_{c1}&=\dot{u}_{вх}-\dot{I}_{\Sigma}R_1;\\
\dot{I}_{\Sigma}&=\frac{\dot{u}_{вх}}{\dot{z}};\\
\dot{z}&=R_1+\frac{[R_2+(R_{вх}\parallel x_2)]\,x_1}{x_1+R_2+(R_{вх}\parallel x_2)},
\end{aligned}\right\}\qquad (2\text{-}12)$$

где $x_1=\frac{1}{pC_1}$ и $x_2=\frac{1}{pC_2}$, а знаком $\parallel$ обозначено параллельное соединение соответствующих сопротивлений. Решая (2-12), находим:

$$\dot{\mu}_1=\frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{вх}}=$$

$$=\frac{R_{вх}}{p^2R_{вх}T_1T_2+p\,(T_cR_{вх}+T_2R_{вх}+T_1R_2+T_1R_{вх})+(R_1+R_2+R_{вх})},$$

где $T_1=R_1C_1$; $T_2=R_2C_2$; $T_c=R_1C_2$ — постоянные времени $RC$-цепи.

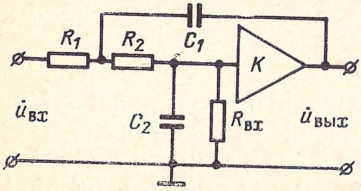



Рис. 2-4. Схема звена нижних частот второго порядка типа ЗНЧ2Н.

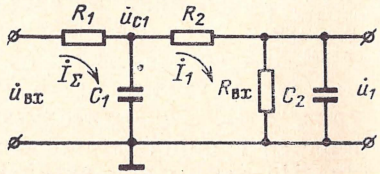



Рис. 2-5. Эквивалентная схема звена ЗНЧ2Н для определения коэффициента $\dot{\mu}_1$.

Определим теперь величину $\dot{\mu}$, которая представляет собой коэффициент передачи $RC$-цепи при условии, что действует только напряжение обратной связи, входной сигнал отсутствует, а на входных зажимах $RC$-цепи

включено внутреннее сопротивление источника сигнала. Соответствующая условию $\dot{z}_{и.с}=0$ эквивалентная схема $RC$-цепи ЗНЧ2Н показана на рис. 2-6. Для данной схемы составлена система уравнений

$$\left.\begin{aligned}
&\dot{u}_1 = I_1 (R_{вх} \parallel x_2);\\
&\dot{I}_1 = \frac{\dot{u}_{R1}}{R_2 + (R_{вх} \parallel x_2)};\\
&\dot{u}_{R1} = \dot{u}_{вых} - \dot{I}_{\Sigma} x_1;\\
&\dot{I}_{\Sigma} = \frac{\dot{u}_{вых}}{z};\\
&z = x_1 + \frac{R_1 [R_2 + (R_{вх} \parallel x_2)]}{R_1 + R_2 + (R_{вх} \parallel x_2)}.
\end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}13)$$

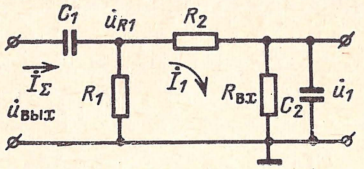



Рис. 2-6. Эквивалентная схема звена ЗНЧ2Н для определения коэффициента $\dot{\mu}$.

Решая (2-13), получаем:

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{вых}} =$$

$$= \frac{pT_1R_{вх}}{p^2R_{вх}T_1T_2 + p(T_cR_{вх} + T_2R_{вх} + T_1R_2 + T_1R_{вх}) + (R_1 + R_2 + R_{вх})}.$$

Подставляя в (2-3) найденные значения $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$, находим выражение передаточной функции звена:

$$W(p) = \frac{K\dot{\mu}_1}{1 - K\dot{\mu}} =$$

$$= \frac{R_{вх}K}{p^2R_{вх}T_1T_2 + p[T_cR_{вх} + T_2R_{вх} + T_1R_2 + (1-K)T_1R_{вх}] + (R_1 + R_2 + R_{вх})} =$$

$$= \frac{\frac{K}{T_1T_2}}{p^2 + p\frac{(1-K)T_1 + T_1\frac{R_2}{R_{вх}} + T_2 + T_c}{T_1T_2} + \frac{R_1 + R_2 + R_{вх}}{T_1T_2R_{вх}}}. \qquad (2\text{-}14)$$

В соответствии с (1-22) параметры звена выразятся через коэффициенты знаменателя передаточной функции (2-14) следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{1 + \frac{R_1 + R_2}{R_{вх}}} \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}; \qquad (2\text{-}15)$$

$$2\xi = \frac{(1-K)\,T_1 + \frac{R_2}{R_{вх}}\,T_1 + T_2 + T_c}{\sqrt{1 + \frac{R_1 + R_2}{R_{вх}}}\,\sqrt{T_1 T_2}}. \qquad (2\text{-}16)$$

Установим зависимость ухода собственной частоты от изменения $R_{вх}$. Дифференцируя (2-15) по $R_{вх}$ и заменяя в полученной функции дифференциалы конечными приращениями, получаем:

$$\Delta\omega_0 = -\frac{1}{2} \frac{R_1 + R_2}{R_{вх}^2 \sqrt{1 + \frac{R_1 + R_2}{R_{вх}}}\,\sqrt{T_1 T_2}} \Delta R_{вх}. \qquad (2\text{-}17)$$

Деля обе части (2-17) на $\omega_0$, находим зависимость относительного изменения собственной частоты от нестабильности входного сопротивления:

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{R_1 + R_2}{R_{вх} + R_1 + R_2} \frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}. \qquad (2\text{-}18)$$

Из (2-18) следует, что для ослабления влияния нестабильности входного сопротивления на собственную частоту звена необходимо выполнить условие $R_1 + R_2 \ll R_{вх}$. В этом случае (2-15) и (2-16) упрощаются, так как членами, содержащими в знаменателе $R_{вх}$, можно пренебречь. Подставив в данные выражения величины постоянных времени $T_1$, $T_2$ и $T_c$, получаем формулы для расчета параметров звена:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}; \qquad (2\text{-}19)$$

$$2\xi = \frac{\sqrt{R'}}{\sqrt{C'}} + \frac{1}{\sqrt{R'C'}} + (1-K)\sqrt{R'C'}, \qquad (2\text{-}20)$$

где $R' = \frac{R_1}{R_2}$ и $C' = \frac{C_1}{C_2}$.

Можно показать, что относительная ошибка вычисления $\omega_0$ по формуле (2-19) равна:

$$\delta_\omega \approx \frac{R_1 + R_2}{2R_{вх}}. \qquad (2\text{-}20а)$$

Ошибка определения коэффициента затухания по упрощенной формуле (2-20) не может быть определена однозначно, так как зависит не только от величины входного сопротивления, но и от значения $\xi$. Однако при выполнении условия $R_1 + R_2 \ll R_{вх}$ она незначительна и легко корректируется при настройке фильтров путем изменения коэффициента передачи усилителя $K$.

б) Звено нижних частот 2-го порядка с изолированными секциями $RC$-цепи (ЗНЧ2И).

Для рассмотренного звена ЗНЧ2Н характерна связь между секциями $RC$-цепи, определяемая постоянной времени $T_c = R_1C_2$. При такой связи коэффициент затухания $RC$-цепи возрастает, что требует увеличения коэффициента передачи усилителя. При изоляции секции $RC$-цепи буферным усилителем постоянная времени $T_c$ обращается в нуль, что позволяет при тех же значениях $K$ обеспечить меньшие коэффициенты затухания звена.

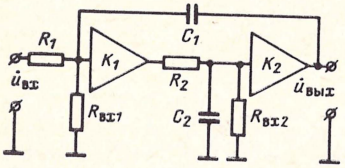



Рис. 2-7. Схема звена нижних частот второго порядка типа ЗНЧ2И.

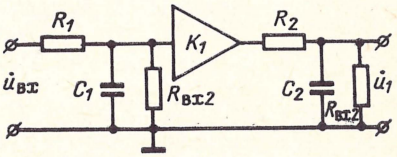



Рис. 2-8. Эквивалентная схема звена ЗНЧ2И для определения коэффициента $\dot{\mu}_1$.

Схема звена нижних частот, использующего этот принцип, показана на рис. 2-7. Звено состоит из двухсекционной $RC$-цепи нижних частот и двух усилителей с коэффициентами передачи $K_1$ и $K_2$. Положительная обратная связь осуществляется с помощью конденсатора $C_1$, являющегося элементом первой секции $RC$-цепи.

Найдем передаточную функцию звена, для чего определим $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$. Для схемы ЗНЧ2И величины $\dot{\mu}_1$ представляет собой коэффициент передачи $RC$-цепи при условии, что обратная связь отсутствует, а конденсатор $C_1$ подключен

к «земле» через выходное сопротивление усилителя с коэффициентом передачи $K_2$. Этому случаю соответствует эквивалентная схема, изображенная на рис. 2-8. Из схемы видно, что цепь представляет собой последовательное соединение двух ЗНЧ 1-го порядка, изолированных буферным усилителем. Следовательно, $\dot{\mu}_1$ — произведение их передаточных функций, выражения для которых были получены в параграфе 2-2. Для упрощения полага-

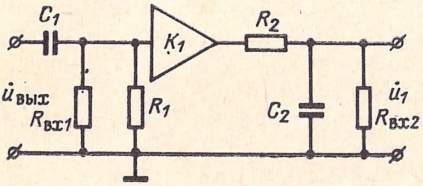



Рис. 2-9. Эквивалентная схема звена ЗНЧ2И для определения коэффициента $\dot{\mu}$.

ем, что усилители идентичны и их входные сопротивления равны $R_{вх1}=R_{вх2}$. Тогда выражение для $\dot{\mu}_1$ будет иметь вид:

$$\dot{\mu}_1=\frac{\frac{K_1}{T_1T_2}}{\left(p+\frac{R_1+R_{вх}}{R_1R_{вх}C_1}\right)\left(p+\frac{R_2+R_{вх}}{R_2R_{вх}C_2}\right)}=$$

$$=\frac{\frac{K_1}{T_1T_2}}{p^2+p\,\frac{\left(T_1+T_2+T_1\frac{R_2}{R_{вх}}+T_2\frac{R_1}{R_{вх}}\right)}{T_1T_2}+}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{}{+\left(1+\frac{R_1R_2+R_2R_{вх}+R_1R_{вх}}{R_{вх}^2}\right)\frac{1}{T_1T_2}}.$$

Величина $\dot{\mu}$ является коэффициентом передачи $RC$-цепи при условии, что действует только напряжение обратной связи, входной сигнал равен нулю и к входным зажимам цепи подключено внутреннее сопротивление источника сигнала. Эквивалентная схема $RC$-цепи ЗНЧ2И, соответствующая этому случаю, представлена на рис. 2-9. Как видно из схемы, полученная цепь представляет собой последовательное соединение изолированных ЗВЧ и ЗНЧ 1-го порядка, вследствие чего коэффициент $\dot{\mu}$ равен про-

изведению их передаточных функций:

$$\dot{\mu} = \frac{K_1 p \frac{1}{T_2}}{\left(p + \frac{R_1 + R_{вх}}{R_1 R_{вх} C_1}\right)\left(p + \frac{R_2 + R_{вх}}{R_2 R_{вх} C_2}\right)} =$$

$$= \frac{p \frac{K_1}{T_2}}{p^2 + p\left(\frac{T_1 + T_2 + T_1 \frac{R_2}{R_{вх}} + T_2 \frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1 T_2}\right) + \rightarrow}$$

$$\rightarrow + \left(1 + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_{вх} + R_2 R_{вх}}{R_{вх}^2}\right)\frac{1}{T_1 T_2}.$$

Подставляя $\dot{\mu}$ и $\dot{\mu}_1$ в (2-3) и производя преобразования, получаем выражение передаточной функции ЗНЧ2И:

$$W(p) = \frac{\dot{\mu}_1 K}{1 - \dot{\mu} K} =$$

$$= \frac{\frac{K_1 K_2}{T_1 T_2}}{p^2 + p\left[\frac{(1-K)T_1 + T_2 + T_1 \frac{R_2}{R_{вх}} + T_2 \frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1 T_2}\right] + \rightarrow}$$

$$\rightarrow + \left(1 + \frac{R_1 R_2 + R_2 R_{вх} + R_1 R_{вх}}{R_{вх}^2}\right)\frac{1}{T_1 T_2}. \qquad (2\text{-}21)$$

Параметры звена, выраженные в соответствии с (1-22) через коэффициенты знаменателя (2-21), определяются по следующим формулам:

$$\omega_0 = \sqrt{1 + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_{вх} + R_2 R_{вх}}{R_{вх}^2}}\ \frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}; \qquad (2\text{-}22)$$

$$2\xi = \frac{(1-K)T_1 + T_2 + T_1 \frac{R_2}{R_{вх}} + T_2 \frac{R_1}{R_{вх}}}{\sqrt{1 + \frac{R_1 R_2 + R_1 R_{вх} + R_2 R_{вх}}{R_{вх}^2}}\ \sqrt{T_1 T_2}}, \qquad (2\text{-}23)$$

где $K = K_1 K_2$.

Анализ (2-22) показывает, что относительное изменение собственной частоты звена связано с относительной

нестабильностью входного сопротивления усилителя зависимостью

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -\frac{1}{2} \times$$

$$\times \frac{2R_1R_2 + R_{вх}(R_1 + R_2)}{R_{вх}^2 + R_1R_2 + R_{вх}(R_1 + R_2)} \frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}. \qquad (2\text{-}23а)$$

Из (2-23а) следует, что для уменьшения влияния нестабильности $R_{вх}$ на $\omega_0$ необходимо брать величины резисторов $R_1$ и $R_2$ значительно меньше $R_{вх}$. Так, например, в случае $R_1 = R_2 = R_{вх}$ получаем $\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -0{,}5\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}$, а при $R_1 = R_2 = 0{,}1R_{вх}$ нестабильность собственной частоты равна $\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = -0{,}09\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}$. Если условие $(R_1, R_2) \ll R_{вх}$ выполняется, то для расчетов параметров звена удобнее использовать упрощенные формулы. Пренебрегая в (2-22) и (2-23) членами, содержащими в знаменателе $R_{вх}$, и подставляя в (2-22) значения $T_1$ и $T_2$, получаем:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}; \qquad (2\text{-}24)$$

$$2\xi = \frac{1}{\sqrt{T'}} + (1 - K)\sqrt{T'}, \qquad (2\text{-}25)$$

где

$$T' = \frac{T_1}{T_2}.$$

Относительная ошибка вычисления собственной частоты по (2-24) составляет:

$$\delta_\omega \approx \frac{R_1R_2}{2R_{вх}} + \frac{R_1 + R_2}{2R_{вх}}. \qquad (2\text{-}26)$$

в) Звено верхних частот второго порядка с неизолированными секциями $RC$-цепи (ЗВЧ2Н).

Звено состоит из двухсекционной $RC$-цепи верхних частот и усилителя с коэффициентом усиления $K$ (рис. 2-10). Напряжение положительной обратной связи в $RC$-цепь подается через резистор $R_1$, являющийся ее элементом.

Найдем передаточную функцию звена. Эквивалентная схема $RC$-цепи для определения $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$ представлена соответственно на рис. 2-11 и 2-12. Выражения для этих ко-

эффициентов, найденные по рассмотренной выше методике, имеют следующий вид:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{вх}} =$$

$$= \frac{p^2 T_1 T_2 R_{вх}}{p^2 T_1 T_2 R_{вх} + p\,(T_2 R_1 + T_2 R_{вх} + T_c R_{вх} + T_1 R_2 + T_1 R_{вх}) + (R_2 + R_{вх})};$$

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{вых}} =$$

$$= \frac{p T_2 R_{вх}}{p^2 T_1 T_2 R_{вх} + p\,(T_2 R_1 + R_{вх} T_2 + T_c R_{вх} + T_1 R_2 + T_1 R_{вх}) + (R_2 + R_{вх})},$$

где $T_1 = R_1 C_1$, $T_2 = R_2 C_2$, $T_c = R_1 C_2$ — постоянные времени $RC$-цепи.

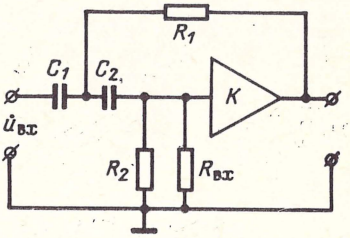



Рис. 2-10. Схема звена верхних частот второго порядка типа ЗВЧ2Н.

Выражение передаточной функции находим, подставляя в (2-3) значения $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$:

$$W(p) = \frac{K\dot{\mu}_1}{1 - \dot{\mu}} = \frac{p^2 T_1 T_2 \times}{p^2 T_1 T_2 R_{вх} + p\,[T_1 R_{вх} + (1-K)\,T_2 R_{вх} +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\times R_{вх} K}{+ T_c R_{вх} + T_1 R_2 + T_2 R_1] + (R_2 + R_{вх})} =$$

$$= \frac{p^2 K}{p^2 + p\left[\dfrac{T_1 + (1-K)T_2 + T_c + T_1 \dfrac{R_2}{R_{вх}} + T_2 \dfrac{R_1}{R_{вх}}}{T_1 T_2}\right] +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{}{+ \dfrac{R_{вх} + R_2}{T_1 T_2 R_{вх}}}. \qquad (2\text{-}27)$$

Параметры звена ЗВЧ2Н, выраженные в соответствии с (1-22) через коэффициенты знаменателя передаточной функции, определяются формулами

$$\omega_0 = \sqrt{1 + \frac{R_2}{R_{вх}}}\,\frac{1}{\sqrt{T_1 T_2}}; \qquad (2\text{-}28)$$

$$2\xi = \frac{T_1 + (1-K)\,T_2 + T_c + T_1\dfrac{R_2}{R_{вх}} + T_2\dfrac{R_1}{R_{вх}}}{\sqrt{T_1 T_2}\sqrt{1+\dfrac{R_2}{R_{вх}}}}. \qquad (2\text{-}29)$$

Анализ выражения (2-28) показывает, что относительное изменение собственной частоты звена связано с относительной нестабильностью входного сопротивления усилителя зависимостью

$$\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{1}{2}\,\frac{R_2}{R_2+R_{вх}}\,\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}. \qquad (2\text{-}30)$$

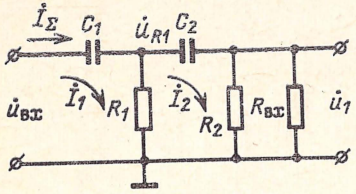



Рис. 2-11. Эквивалентная схема звена ЗВЧ2Н для определения коэффициента $\mu_1$.

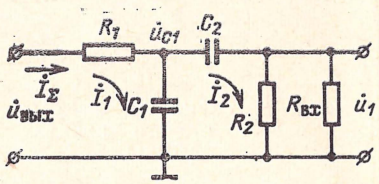



Рис. 2-12. Эквивалентная схема звена ЗВЧ2Н для определения коэффициента $\mu$.

Из (2-30) следует, что для уменьшения влияния нестабильности $R_{вх}$ на $\omega_0$ необходимо выдерживать соотношение $R_2/R_{вх} \ll 1$. При выполнении данного условия расчет параметров удобнее проводить по упрощенным формулам:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}; \qquad (2\text{-}31)$$

$$2\xi = \frac{T_1 + (1-K)\,T_2 + T_c}{\sqrt{T_1 T_2}}. \qquad (2\text{-}32)$$

Относительная ошибка вычисления собственной частоты звена по формуле (2-31) составляет:

$$\delta_\omega \approx \frac{R_2}{2R_{вх}}. \qquad (2\text{-}32а)$$

г) Звено верхних частот второго порядка с изолированными секциями *RC*-цепи (ЗВЧ2И).

Звено состоит из двухсекционной $RC$-цепи верхних частот и двух усилителей с коэффициентами передачи $K_1$ и $K_2$ (рис. 2-13). Положительная обратная связь осуществляется с помощью резистора $R_1$, являющегося элементом первой секции $RC$-цепи.

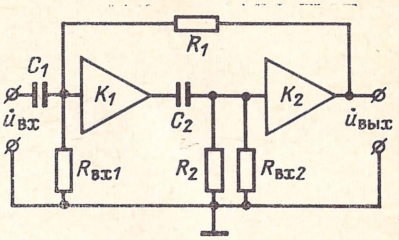



Рис. 2-13. Схема звена верхних частот второго порядка типа ЗВЧ2И.

Передаточная функция звена определяется уравнением (2-3), при этом коэффициенты $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$, найденные из эквивалентных схем $RC$-цепи (рис. 2-14 и 2-15), имеют следующий вид:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{K_1 p^2}{p^2 + p\left(\frac{T_1 + T_2 + T_1\frac{R_2}{R_{вх}} + T_2\frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1 T_2}\right) + \frac{1 + \frac{R_1R_2 + R_1R_{вх} + R_2R_{вх}}{R_{вх}^2}}{T_1 T_2}};$$

$$\dot{\mu} = \frac{pK_1\frac{1}{T_1}}{p^2 + p\left(\frac{T_1 + T_2 + T_1\frac{R_2}{R_{вх}} + T_2\frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1 T_2}\right) + \frac{1 + \frac{R_1R_2 + R_2R_{вх} + R_1R_{вх}}{R_{вх}^2}}{T_1 T_2}}.$$

Подставляя значения коэффициентов в (2-3) и выполняя преобразование, получаем формулу передаточной функции звена:

$$W(p) = \frac{p^2\frac{K_1K_2}{T_1T_2}}{p^2 + p\left[\frac{T_1 + (1 - K_1K_2)T_2 + T_1\frac{R_2}{R_{вх}} + T_2\frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1T_2}\right] + \ldots}$$

$$\rightarrow \frac{}{+\left(1+\frac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}}{R_{вх}^2}\right)\frac{1}{T_1T_2}}. \qquad (2\text{-}33)$$

Выражая параметры звена через коэффициенты знаменателя (2-33), получаем:

$$\omega_0=\sqrt{1+\frac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}}{R_{вх}^2}}\;\frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}; \qquad (2\text{-}34)$$

$$2\xi=\frac{T_1+(1-K)\,T_2+T_1\dfrac{R_2}{R_{вх}}+T_2\dfrac{R_1}{R_{вх}}}{\sqrt{1+\dfrac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}}{R_{вх}^2}}\;\sqrt{T_1T_2}}, \qquad (2\text{-}35)$$

где $K=K_1K_2$.

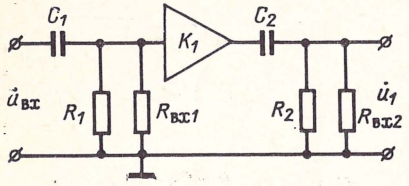



Рис. 2-14. Эквивалентная схема звена ЗВЧ2И для определения коэффициента $\mu_1$.

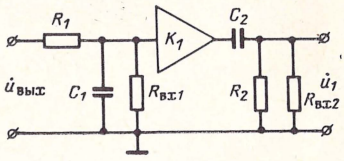



Рис. 2-15. Эквивалентная схема звена ЗВЧ2И для определения коэффициента $\mu$.

Выражения (2-34) и (2-22), определяющие собственные частоты звеньев типов ЗНЧ2И и ЗВЧ2И, идентичны. Следовательно, все рекомендации в отношении выбора величин резисторов $RC$-цепи звена ЗНЧ2И справедливы и для ЗВЧ2И. Если указанные соотношения обеспечиваются, то расчеты величин параметров звена выполняются по формулам

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}; \qquad (2\text{-}36)$$

$$2\xi=\sqrt{T'}+\frac{(1-K)}{\sqrt{T'}}, \qquad (2\text{-}37)$$

где $T'=\dfrac{T_1}{T_2}$.

Относительная ошибка вычисления $\omega_0$ по (2-36), как и для звена типа ЗНЧ2И, определяется (2-26).

## 2-4. Полосовые и режекторные звенья

**Полосовое звено с неизолированными секциями *RC*-цепи (ПЗН).** Реализация полосовых звеньев состоит в построении четырехполюсников, имеющих АЧХ «резонансного» вида. Очевидно, что если для этого применяется положительная обратная связь, то она должна осуществляться через *RC*-цепь с частотной характеристикой полосового типа. К числу таких цепей относится так называемая *Г*-образная *RC*-цепь, представляющая собой частотно-зависимый делитель напряжения, имеющий на определенной частоте максимум коэффициента передачи. Схема полосового звена, в котором используется Г-образная цепь, показана на рис. 2-16. Звено состоит из усилителя с коэффициентом усиления $K$ и двухсекционной *RC*-цепи. Через первую секцию ($R_2C_2$) подается входной сигнал, через вторую ($R_1C_1$) осуществляется положительная обратная связь.

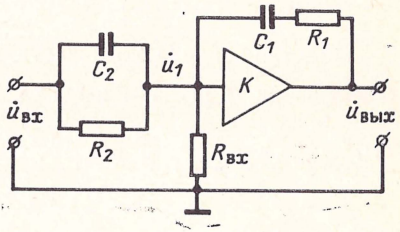



Рис. 2-16. Схема полосового звена типа ПЗН.

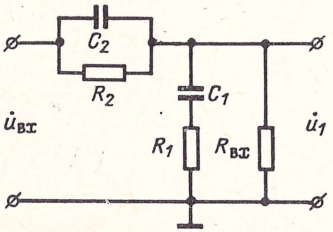



Рис. 2-17. Эквивалентная схема звена ПЗН для определения коэффициента $\mu_1$.

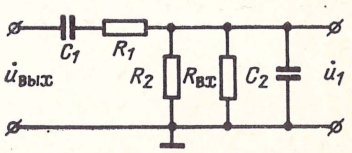



Рис. 2-18. Эквивалентная схема звена ПЗН для определения коэффициента $\mu$.

Найдем передаточную функцию звена, для чего определим $\mu_1$ и $\mu$.

Эквивалентная схема *RC*-цепи, соответствующая случаю определения коэффициента $\mu_1$, показана на рис. 2-17.

Данная цепь является частотно-зависимым делителем напряжения с коэффициентом передачи

$$\dot{\mu}_1 = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{вх}} = \frac{\dot{z}_1}{\dot{z}_1 + \dot{z}_2}, \qquad (2\text{-}38)$$

где $\dot{z}_1$ и $\dot{z}_2$ — комплексные сопротивления плеч делителя, равные

$$\dot{z}_1 = \frac{R_{вх}(x_1 + R_1)}{R_{вх} + x_1 + R_1}; \quad \dot{z}_2 = \frac{R_2 x_2}{R_2 + x_2}; \quad x_1 = \frac{1}{pC_1}; \quad x_2 = \frac{1}{pC_2}.$$

Подставляя в (2-38) значения $\dot{z}_1$ и $\dot{z}_2$ и производя преобразования, получаем выражение для $\dot{\mu}_1$:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{R_{вх}[p^2 T_1 T_2 + p(T_1 + T_2) + 1]}{p^2 T_1 T_2 R_{вх} + p(T_2 R_{вх} + T_1 R_{вх} + T_1 R_2 + T_c R_{вх}) + (R_2 + R_{вх})} =$$

$$= \frac{p^2 T_1 T_2 + p(T_1 + T_2) + 1}{p^2 T_1 T_2 + p\left(T_1 + T_2 + T_c + T_1 \frac{R_2}{R_{вх}}\right) + \left(1 + \frac{R_2}{R_{вх}}\right)},$$

где $T_1 = R_1 C_1$, $T_2 = R_2 C_2$ и $T_c = C_1 R_2$.

Эквивалентная схема $RC$-цепи для определения коэффициента $\dot{\mu}$ показана на рис. 2-18. Коэффициент передачи данной цепи равен:

$$\dot{\mu} = \frac{\dot{u}_1}{\dot{u}_{вых}} = \frac{\dot{z}_2}{\dot{z}_1 + \dot{z}_2}, \qquad (2\text{-}39)$$

где

$$\dot{z}_1 = R_1 + x_1, \quad \dot{z}_2 = \frac{R_{вх}(R_2 \parallel x_2)}{R_{вх} + (R_2 \parallel x_2)}.$$

Подставляя в (2-39) значения $\dot{z}_1$ и $\dot{z}_2$ и производя преобразования, получаем выражение для $\dot{\mu}$:

$$\dot{\mu} = \frac{R_2 R_{вх} x_2}{R_2 R_{вх} x_1 + (R_1 R_{вх} + R_1 R_2 + R_2 R_{вх}) x_2 + (R_{вх} + R_2) x_1 x_2 + R_1 R_2 R_{вх}} =$$

$$= \frac{pC_1 R_2 R_{вх}}{p^2 T_1 T_2 R_{вх} + p(T_2 R_{вх} + T_1 R_{вх} + T_1 R_2 + T_c R_{вх}) + (R_2 + R_{вх})}.$$

Зная величины $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$, находим передаточную функцию звена:

$$W(p) = \frac{K\dot{\mu}_1}{1 - K\dot{\mu}} =$$

$$= \frac{K[p^2 T_1 T_2 + p(T_1 + T_2) + 1] R_{вх}}{p^2 T_1 T_2 R_{вх} + p[T_1 R_{вх} + T_2 R_{вх} + T_1 R_2 + T_c R_{вх}(1 - K)] + (R_2 + R_{вх})} =$$

$$= \frac{K\left[p^2 + p\frac{(T_1+T_2)}{T_1T_2} + \frac{1}{T_1T_2}\right]}{p^2 + p\left[\frac{T_1+T_2+(1-K)T_c + T_1\frac{R_2}{R_{вх}}}{T_1T_2}\right] + \frac{R_{вх}+R_2}{T_1T_2R_{вх}}}. \quad (2\text{-}40)$$

Параметры звена выражаются через коэффициенты знаменателя передаточной функции следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{1 + \frac{R_2}{R_{вх}}}\,\frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}; \quad (2\text{-}41)$$

$$2\xi = \frac{T_1+T_2+(1-K)T_c + T_1\frac{R_2}{R_{вх}}}{\sqrt{1+\frac{R_2}{R_{вх}}}\sqrt{T_1T_2}}. \quad (2\text{-}42)$$

Выражение (2-41) идентично (2-28), найденному для собственной частоты ЗВЧ2Н. Поэтому относительная нестабильность собственной частоты полосового звена ПЗН, выраженная через изменение входного сопротивления усилителя, определяется также зависимостью (2-30). Для уменьшения влияния нестабильности $R_{вх}$ на $\omega_0$ в звене типа ПЗН необходимо, чтобы $R_2/R_{вх} \ll 1$. Тогда формулы для расчетов параметров звена упрощаются:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}; \quad (2\text{-}43)$$

$$2\xi = \frac{T_1+T_2+(1-K)T_c}{\sqrt{T_1T_2}}. \quad (2\text{-}44)$$

Относительная ошибка вычисления собственной частоты по (2-43) такая же, как и в случае звена ЗВЧ2Н.

**Полосовое звено с изолированными секциями *RC*-цепи (ПЗИ)** (рис. 2-19). Звено состоит из усилительного устройства с коэффициентом усиления $K_1$ и двумя входами, а также *RC*-цепи с секциями нижних и верхних частот, изолированными буферным усилителем с коэффициентом усиления $K_2$. На вход *1* подается входной сигнал $\dot{u}_{вх}$, а на вход *2* — напряжение обратной связи. Обратная связь осуществляется через конденсатор $C_2$, являющийся элементом *RC*-секции верхних частот.

Найдем передаточную функцию звена, для чего определим $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$. Так как сигнал $\dot{u}_{вх}$ подается непосредственно на вход усилителя, минуя $RC$-цепь, то $\dot{\mu}_1 = 1$. Коэффициент $\dot{\mu}$ является коэффициентом передачи $RC$-цепи при условии, что действует только сигнал обратной связи, а входной сигнал равен нулю. Эквивалентная схема $RC$-цепи, соответствующая этому случаю, представлена на рис. 2-20. Цепь представляет собой последовательное

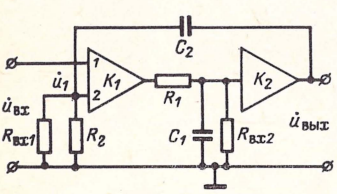



Рис. 2-19. Схема полосового звена типа ПЗИ.

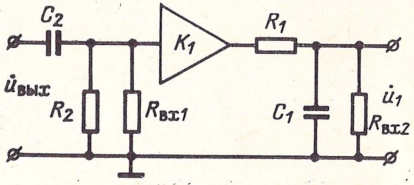



Рис. 2-20. Эквивалентная схема звена ПЗИ для определения коэффициента $\dot{\mu}$.

соединение изолированных звеньев нижних и верхних частот первого порядка:

$$\dot{\mu} = \frac{p\,\frac{K_1}{T_1}}{\left(p + \frac{R_1 + R_{вх}}{R_1 R_{вх} C_1}\right)\left(p + \frac{R_2 + R_{вх}}{R_2 R_{вх} C_2}\right)} =$$

$$= \frac{pT_2 R_{вх}^2 K_1}{p^2 T_1 T_2 R_{вх}^2 + p\,(T_1 R_{вх}^2 + T_2 R_{вх}^2 + T_1 R_2 R_{вх} + T_2 R_1 R_{вх}) + } \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{}{+ (R_1 R_2 + R_1 R_{вх} + R_2 R_{вх} + R_{вх}^2)}.$$

Подставив в (2-3) $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$ и производя преобразования, находим передаточную функцию звена:

$$W(p) = \frac{K}{1 - \dot{\mu} K} =$$

$$= \frac{K_1 K_2\,[p^2 T_1 T_2 R_{вх}^2 + p\,(R_2 R_{вх}^2 + T_1 R_{вх}^2 + T_1 R_2 R_{вх} + T_2 R_1 R_{вх}) +}{p^2 T_1 T_2 R_{вх}^2 + p\,[T_1 R_{вх}^2 + (1 - K_1 K_2)\,T_2 R_{вх}^2 + R_{вх}(T_1 R_2 + T_2 R_1)] +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{+\ (R_1 R_2 + R_1 R_{вх} + R_2 R_{вх} + R_{вх}^2)]}{+ (R_1 R_2 + R_1 R_{вх} + R_2 R_{вх} + R_{вх}^2)} =$$

$$= \frac{K_1K_2\left[p^2+\left(\frac{T_1+T_2+T_1\frac{R_2}{R_{вх}}+T_2\frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1T_2}\right)+\right.}{p^2+p\left[\frac{(1-K_1K_2)\,T_2+T_1+T_1\frac{R_2}{R_{вх}}+T_2\frac{R_1}{R_{вх}}}{T_1T_2}\right]+} \rightarrow$$

$$\left.+\frac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}+R_{вх}^2}{T_1T_2R_{вх}^2}\right] \qquad (2\text{-}45)$$
$$\rightarrow \frac{}{+\frac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}+R_{вх}^2}{T_1T_2R_{вх}^2}}.$$

Параметры звена выражаются через коэффициенты знаменателя передаточной функции следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{1+\frac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}}{R_{вх}^2}}\,\frac{1}{\sqrt{T_1T_2}}; \qquad (2\text{-}46)$$

$$2\xi = \frac{(1-K)\,T_2+T_1+T_1\frac{R_2}{R_{вх}}+T_2\frac{R_1}{R_{вх}}}{\sqrt{1+\frac{R_1R_2+R_1R_{вх}+R_2R_{вх}}{R_{вх}^2}}\,\sqrt{T_1T_2}}. \qquad (2\text{-}47)$$

где $K=K_1K_2$.

Можно показать, что в ПЗИ, как в ЗНЧ2И и ЗВЧ2И, нестабильность собственной частоты звена входного сопротивления связана зависимостью (2-23). В целях ее уменьшения величины резисторов $R_1$ и $R_2$ необходимо выбирать значительно меньше $R_{вх}$. В этом случае

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1R_2C_1C_2}}; \qquad (2\text{-}48)$$

$$2\xi = \frac{(1-K)\,T_2+T_1}{\sqrt{T_1T_2}}. \qquad (2\text{-}49)$$

**Режекторное звено с *RC*-цепью типа двойной *T*-мост (РЗ).**

Реализация режекторных звеньев состоит в построении четырехполюсников, имеющих АЧХ заграждающего типа. Если для этой цели применяется положительная

обратная связь, то она должна осуществляться через $RC$-цепь с частотной характеристикой также заграждающего типа. К числу таких $RC$-цепей относятся мостовые цепи, имеющие на определенной частоте минимальный коэффициент передачи. Наиболее часто в практике применяется двойной $T$-мост, имеющий большую избирательность. Схема режекторного звена с двойным $T$-мостом показана на рис. 2-21. Звено состоит из усилителя

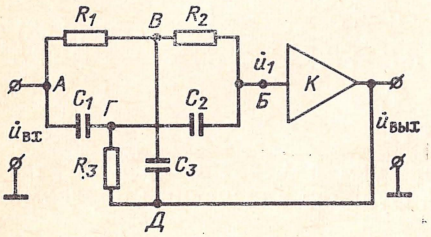



Рис. 2-21. Схема режекторного звена с 2-Т мостом.

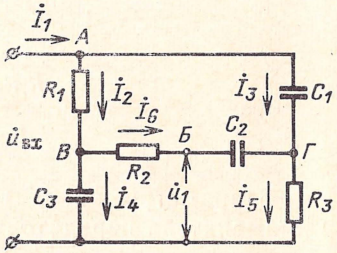



Рис. 2-22. Эквивалентная схема $RC$-цепи режекторного звена для определения коэффициента $\dot{\mu}_1$.

с коэффициентом передачи $K$ и двойного $T$-моста, через элементы которого $R_3C_3$ осуществляется положительная обратная связь.

Найдем передаточную функцию звена, для чего определим $\dot{\mu}_1$ и $\dot{\mu}$. Для рассматриваемой схемы величина $\dot{\mu}_1$ является коэффициентом передачи $RC$-цепи при условии, что обратная связь отсутствует, а между зажимом цепи $Д$ и нулевым потенциалом схемы подключено выходное сопротивление усилителя. Эквивалентная схема, соответствующая этому случаю, показана на рис. 2-22. Составим систему уравнений, связывающих напряжения и токи данной цепи:

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_4 + \dot{I}_5; \\ \dot{I}_6 &= \dot{I}_2 - \dot{I}_4 = \dot{I}_5 - \dot{I}_3; \\ \dot{u}_{вх} &= \dot{I}_2 R_1 + \dot{I}_4 x_3 = \dot{I}_3 x_1 + \dot{I}_5 R_3; \\ \dot{I}_4 x_3 &= \dot{I}_6 R_2 + \dot{I}_6 x_2 + \dot{I}_5 R_3, \end{aligned}\right\}$$

где $x_i = \dfrac{1}{pC_i}$.

Выражая токи через напряжение $\dot{u}_{вх}$ и элементы схемы и определяя их из системы уравнений, находим величину напряжения $\dot{u}_1$:

$$\dot{u}_1 = \dot{I}_4 x_3 - \dot{I}_6 R_2 = \dot{I}_5 R_3 + \dot{I}_6 x_2.$$

Отношение $\dot{u}_1$ и $\dot{u}_{вх}$ является коэффициентом передачи двойного $T$-моста:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{R_1R_2R_3 + R_3x_2x_3 + R_3x_1x_3 + x_1x_2x_3 + R_2R_3x_3 + R_1R_3x_3}{(R_1+x_3)(R_2+x_2)(R_3+x_1) + R_1x_3(R_3+x_1) + R_3x_1(R_1+x_3)}. \quad (2\text{-}50)$$

Подставляя в (2-50) значения $x_i$, получаем:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{p^3T_1T_2T_3 + p^2(T_2R_3C_1 + T_1R_3C_2) + \rightarrow}{p^3T_1T_2T_3 + p^2(T_2R_3C_1 + T_1T_3 + T_2R_1C_3 + T_1R_3C_2 + \rightarrow}$$

$$\rightarrow \frac{+ p(R_3C_1 + R_3C_2) + 1}{+ T_3R_1C_2) + p(T_2 + R_3C_1 + R_1C_2 + R_3C_2 + R_1C_3) + 1},$$

где $T_1 = R_1C_1$; $T_2 = R_2C_2$; $T_3 = R_3C_3$.

Анализ показывает, что наилучшая избирательность двойного $T$-моста обеспечивается при условии

$$\frac{R_1R_2}{R_3(R_1+R_2)} = \frac{C_1+C_2}{C_3} = 1, \text{ т. е. } C_3 = C_1 + C_2,$$

$$R_3 = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}.$$

Определим коэффициент $\dot{\mu}_1$ для частного, но имеющего большое практическое значение случая, когда $R_1 = R_2 = 2R_3$ и $C_1 = C_2 = 0{,}5C_3$, т. е. $(T_1 = T_2 = T_3 = T)$:

$$\dot{\mu}_1 = \frac{p^3T^3 + p^2T^2 + pT + 1}{p^3T^3 + p^25T^2 + p5T + 1} = \frac{p^2T^2 + 1}{p^2T^2 + 4Tp + 1}. \quad (2\text{-}51)$$

Определим теперь величину $\dot{\mu}$, являющуюся коэффициентом передачи $RC$-цепи при условии, что действует только сигнал обратной связи. Входной сигнал равен

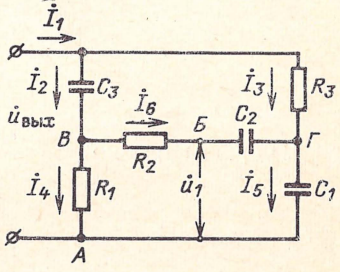



Рис. 2-23. Эквивалентная схема $RC$-цепи режекторного звена для определения коэффициента $\dot{\mu}$.

нулю, и к входным зажимам цепи подключено внутреннее сопротивление источника сигнала. Эквивалентная схема $RC$-цепи режекторного звена, соответствующая этому случаю, представлена на рис. 2-23. Система уравнений, описывающая данную схему, имеет следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} \dot{I}_1 &= \dot{I}_2 + \dot{I}_3 = \dot{I}_4 + \dot{I}_5; \\ \dot{I}_6 &= \dot{I}_2 - \dot{I}_4 = \dot{I}_5 - \dot{I}_3; \\ \dot{u}_{\text{вых}} &= \dot{I}_2 x_3 + \dot{I}_4 R_1 = \dot{I}_3 R_3 + \dot{I}_5 x_1; \\ \dot{I}_4 R_1 &= \dot{I}_6 R_2 + \dot{I}_6 x_2 + \dot{I}_5 x_1. \end{aligned}\right\} \qquad (2\text{-}52)$$

Величина напряжения $\dot{u}_1$ равна:

$$\dot{u}_1 = \dot{I}_4 R_1 - \dot{I}_6 R_2 = \dot{I}_5 x_1 + \dot{I}_6 x_2. \qquad (2\text{-}53)$$

Отношение $\dot{u}_1$ к $\dot{u}_{\text{вых}}$ является коэффициентом передачи $RC$-цепи. Определяя величины токов и параметров схемы из уравнений системы (2-52) и подставляя их в (2-53), найдем величину $\mu$. Можно показать, что для случая $T_1 = T_2 = T_3 = T$

$$\dot{\mu} = \frac{p^3 4T^3 + p^2 4T^2}{p^3 T^3 + p^2 5T^2 + p5T + 1} = \frac{p^2 4T^2}{p^2 T^2 + p4T + 1}.$$

Используя (2-3), при условии $(R_1 + R_2) \ll R_{\text{вх}}$ получим передаточную функцию режекторного звена:

$$W(p) = \frac{K\dot{\mu}_1}{1 - K\dot{\mu}} = \frac{K(p^2T^2 + 1)}{p^2T^2 + p4(1-K)T + 1} =$$

$$= \frac{K\left(p^2 + \frac{1}{T^2}\right)}{p^2 + p\frac{4(1-K)}{T} + \frac{1}{T^2}}. \qquad (2\text{-}54)$$

Величины параметров звена определяются выражениями

$$\omega_0 = \frac{1}{T}; \qquad (2\text{-}55)$$

$$2\xi = 4(1-K). \qquad (2\text{-}56)$$

При выводе передаточной функции режекторного звена в целях упрощения выкладок не учитывалась величина входного сопротивления усилителя. Однако можно

показать, что для уменьшения нестабильности параметров режекторного звена вследствие изменения $R_{вх}$ необходимо выполнить условие $(R_1+R_2)\ll R_{вх}$.

Следует отметить, что влияние $R_{вых}$ на величины параметров в данном звене проявляется несколько сильнее, чем в других рассмотренных звеньях. Это объясняется тем, что параметры $RC$-цепей мостового типа более чувствительны к изменению величин элементов. Поэтому для уменьшения влияния $R_{вых}$ на избирательные свойства двойного $T$-моста необходимо иметь $R_{вых}\ll R_3$.

## 2-5. Характеристики усилителей звеньев. Схемные реализации усилителей

На основании анализа передаточных функций звеньев можно сформулировать следующие основные требования, предъявляемые к усилителям:

для обеспечения в звеньях положительной частотнозависимой обратной связи усилители не должны изменять фазу входного сигнала;

значение коэффициента передачи по напряжению должно плавно регулироваться в пределах $K=1$—2. Эти пределы обусловлены величинами коэффициентов затухания звеньев и отношениями величин элементов $RC$-цепей;

они должны иметь низкие входные и высокие выходные сопротивления, величины которых связаны с номиналами резисторов $RC$-цепей зависимостями, полученными в предыдущих параграфах;

частотные характеристики усилителей в рабочем диапазоне частот должны быть линейными;

они должны быть экономичны.

Рассмотрим выполнимость данных требований.

Усилители без поворота фазы могут быть выполнены двумя способами: в виде эмиттерных или катодных повторителей, имеющих коэффициент передачи $K<1$, и в виде двухкаскадных усилителей, имеющих коэффициенты передачи больше единицы.

Основной трудностью в построении усилителей активных $RC$-фильтров является обеспечение в них жесткой стабилизации коэффициентов передачи и высоких входных сопротивлений. Подобные требования предъявляются также к усилительным устройствам различной измерительной аппаратуры, и в настоящее время имеется

значительное количество работ, посвященных решению этой проблемы.

Одним из наиболее распространенных методов увеличения входного сопротивления транзисторных усилителей является применение положительных обратных связей для нейтрализации сопротивления коллекторного перехода входного транзистора и повышения действующего значения сопротивления смещения в цепи его базы. Весьма эффективным методом увеличения входных сопротивлений усилителей является также введение отри-

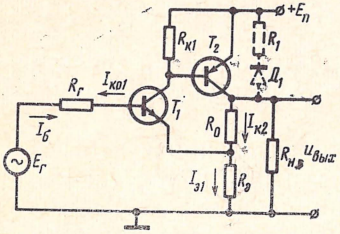



Рис. 2-24. Схема двухкаскадного транзисторного усилителя.

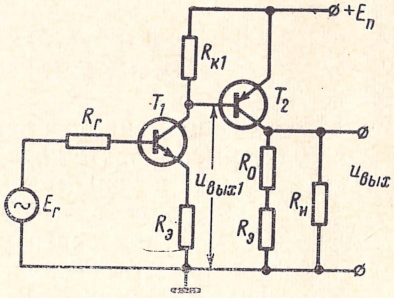



Рис. 2-25. Эквивалентная схема усилителя при разомкнутой цепи обратной связи.

цательной обратной связи. Для построения усилителей активных *RC*-фильтров данный метод следует признать наиболее целесообразным, так как наряду с высоким входным сопротивлением он позволяет обеспечить высокую стабильность коэффициента передачи усилителя и улучшить частотные характеристики. Одна из схем стабильных усилителей с высоким входным сопротивлением показана на рис. 2-24.

Усилитель состоит из двух каскадов, выполненных на транзисторах $T_1$ и $T_2$, имеющих различные типы проводимости. На приведенной схеме входным является транзистор типа *n-p-n*, а выходным — *p-n-p*. Применение транзисторов с различной проводимостью позволяет легко выполнить непосредственную связь между каскадами.

Из схемы усилителя видно, что его вход и выход охвачены отрицательной обратной связью по напряжению. Действительно, коллекторный ток транзистора $T_2$, протекая через резисторы $R_0$ и $R_э$, создает на них падения напряжений $u_{R0}$ и $u_{Rэ}$, сумма которых равна $u_{вых}$.

Так как $R_э$ включен в цепь эмиттера $T_1$, то часть выходного напряжения $u_{Rэ}$ прикладывается ко входу усилителя в противофазе с входным сигналом. Цепью обратной связи является делитель, образованный $R_0$ и $R_э$. Величина напряжения обратной связи определяется выражением

$$u_{о.с} = -\frac{R_э}{R_э + R_0} u_{вых}.$$

Следовательно, коэффициент передачи цепи обратной связи равен:

$$K_{о.с} = \frac{u_{о.с}}{u_{вых}} = -\frac{R_э}{R_э + R_0}. \qquad (2\text{-}57)$$

Рассмотрим основные соотношения для схемы усилителя и найдем формулы, определяющие его коэффициент передачи, входное и выходное сопротивления.

Известно, что коэффициент передачи усилителя, охваченного обратной связью по напряжению, в общем виде может быть выражен следующим образом:

$$K = \frac{K_0}{1 - K_{о.с} K_0}, \qquad (2\text{-}58)$$

где $K_0$ — коэффициент усиления при разомкнутой цепи обратной связи;

$K_{о.с}$ — коэффициент передачи цепи обратной связи.

Величина $K_0$ для рассматриваемой схемы является произведением коэффициентов усиления по напряжению каскадов усилителя при разомкнутой петле обратной связи (рис. 2-25). Следовательно,

$$K_0 = \frac{u_{вых}}{E_г} = K_{u1} K_{u2}, \qquad (2\text{-}59)$$

где $K_{u1}$ и $K_{u2}$ — коэффициенты усиления по напряжению соответственно 1-го и 2-го каскадов усилителя.

На основании теории транзисторных усилителей [Л. 46] величины $K_{u1}$ и $K_{u2}$ могут быть определены следующим образом:

$$K_{u1} = \frac{u_{вых1}}{E_г} = -\frac{K_{i1} (R_{к1} \parallel R_{вх2})}{R_г + R_{вх1}};$$

$$K_{u2} = \frac{u_{вых}}{u_{вых1}} = -\frac{K_{i2} (R_{к2} \parallel R_н)}{R_{вх2}},$$

где $K_{i1}$, $K_{i2}$ — динамические коэффициенты усиления по току $T_1$ и $T_2$;

$R_{к1}$, $R_{к2}$ — величины сопротивлений в коллекторных цепях $T_1$ и $T_2$;

$R_{вх1}$, $R_{вх2}$ — величины входных сопротивлений 1-го и 2-го каскадов.

Подставив выражения $K_{u1}$ и $K_{u2}$ в (2-59) и произведя преобразования, получим:

$$K_0 = \frac{K_{i1}K_{i2}R_{к1}\,(R_{к2} \parallel R_н)}{(R_г + R_{вх1})\,(R_{к1} + R_{вх2})}.$$

Определим теперь коэффициент передачи усилителя с учетом действия отрицательной обратной связи. Подстановка в (2-58) значений $K_{о.с}$ и $K_0$ дает следующее выражение для коэффициента передачи усилителя:

$$K = \left(1 + \frac{R_0}{R_э}\right) \frac{1}{1 + \left(1 + \frac{R_0}{R_э}\right) \frac{(R_г + R_{вх1})\,(R_{к1} + R_{вх2})}{K_{i1}K_{i2}R_{к1}\,(R_{к2} \parallel R_н)}}.$$

Учитывая, что $R_{к2} = R_0 + R_э$, и преобразовывая полученное выражение, находим:

$$K = \left(1 + \frac{R_0}{R_э}\right) \frac{1}{\frac{(R_г + R_{вх1})\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_э}{R_н}\right)}{K_{i1}K_{i2}R_э} + 1}. \qquad (2\text{-}60)$$

При значениях коэффициентов усиления транзисторов $K_{i1}$ и $K_{i2}$ порядка нескольких десятков первым слагаемым в знаменателе (2-60) можно пренебречь. В этом случае формула для коэффициента передачи усилителя приобретает вид:

$$K \approx 1 + \frac{R_0}{R_э}. \qquad (2\text{-}60а)$$

Практически при использовании транзисторов со средними величинами коэффициентов усиления по току погрешность вычисления $K$ по (2-60а) не превышает нескольких процентов, что вполне приемлемо для инженерных расчетов.

Для определения входного сопротивления усилителя воспользуемся известной формулой, связывающей величины входного сопротивления усилителя при отрицатель-

ной обратной связи $R_{вх}$ и при разомкнутой петле обратной связи $R_{вх0}$:

$$R_{вх} = R_{вх0}(1 + K_{о.с}K_0). \qquad (2\text{-}61)$$

В рассматриваемой схеме усилителя (рис. 2-25) входное сопротивление первого каскада $R_{вх0}$ определяется следующим выражением:

$$R_{вх0} = r_{б1} + (r_{э1} + R_э \parallel r^*_{к1})(1 + K_{i1}) \approx r_{б1} + R_э(1 + K_{i1}), \qquad (2\text{-}62)$$

где $r_{б1}$ и $r_{э1}$ — сопротивления базы и эмиттера $T_1$;

$r^*_{к1} = \frac{r_{к1}}{1 + \beta_1}$ — динамическое сопротивление коллектора $T_1$.

Подставив в (2-61) значения $R_{вх0}$, $K_{о.с}$, $K_0$ и произведя преобразования, получим:

$$R_{вх} \approx R_э(1 + K_{i1}) + \frac{R_э K_{i2} K_{i1}}{\left(1 + \frac{R_г}{R_{вх1}}\right)\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_э}{R_н}\right)}. \qquad (2\text{-}63)$$

При выполнении условий $R_{к1} = \infty$ и $R_н \gg R_0 + R_э$ имеем:

$$R_{вх} \approx \frac{R_э K_{i1} K_{i2}}{1 + \frac{R_г}{R_{вх1}}} + R_э(1 + K_{i1}). \qquad (2\text{-}64)$$

Это выражение говорит о том, что при использовании транзисторов с высокими значениями $K_{i1}$ и $K_{i2}$ в данной схеме усилителя может быть обеспечено достаточно высокое входное сопротивление. Однако при заданной величине произведения $R_э R_{i1} K_{i2}$ входное сопротивление находится в обратной зависимости и от величины внутреннего сопротивления источника сигнала в силу того, что в транзисторных усилителях коэффициент усиления по напряжению $K_u = \frac{u_{вых}}{E_г}$ уменьшается с увеличением внутреннего сопротивления генератора сигнала. Вследствие этого уменьшается коэффициент усиления $K_0$, что и приводит к снижению входного сопротивления усилителя. При подключении на вход усилителя $RC$-цепи источник сигнала будет иметь новое, эквивалентное значение сопротивления $R_{г.экв}$, зависящее от величин внутреннего сопротивления самого источника сигнала и передаточного

сопротивления $RC$-цепи. Для частот, лежащих в полосе пропускания звена, передаточные сопротивления $RC$-цепей в первом приближении можно считать активными, определяемыми значениями резисторов. Поэтому величина $R_{г.экв}$ в общем случае будет зависеть от величины резисторов $RC$-цепи и схемы их включения относительно внутреннего сопротивления источника сигнала. С этой точки зрения возможны два характерных случая.

а) $R_{г.экв} \approx 0$. Этот случай соответствует работе усилителя в схемах звеньев, у которых резисторы $RC$-цепей включены параллельно внутреннему сопротивлению источника сигнала. Это звенья верхних частот обоих типов, для которых величина $R_{г.экв}$ определяется главным образом значением внутреннего сопротивления источника сигнала, являясь при $R_г \approx 0$ величиной пренебрежимо малой.

Если принять $R_э = 5{,}1$ *ком*, $K_{i1} = 15$, $K_{i2} = 25$ и $R_г = 0$, то в соответствии с (2-64) получим $R_{вх} \approx 2 \cdot 10^6$ *ом*.

б) $R_г \neq 0$ и соизмеримо с $R_{вх1}$. Данный случай соответствует работе усилителя в таких схемах звеньев, у которых резисторы $RC$-цепей включаются последовательно с внутренним сопротивлением источника сигнала. Это характерно для звеньев нижних частот, полосовых, а также режекторного типа. Для них значение $R_{г.экв}$ определяется суммой внутреннего сопротивления источника сигнала и сопротивлений резисторов $RC$-цепи, при этом преобладающее значение имеют величины резисторов.

Если $R_г = 100$ *ком*, то для принятых выше значений параметров транзисторов и элементов схемы величина $R_{вх} \approx 1 \cdot 10^6$ *ом*.

Таким образом, в схемах ЗНЧ, ПЗ и РЗ величины входных сопротивлений транзисторных усилителей ниже, чем в ЗВЧ, что соответственно снижает значения резисторов $RC$-цепей этих звеньев.

Найдем теперь выражения для выходного сопротивления усилителя. Так как усилитель охвачен последовательной отрицательной обратной связью по напряжению, то его выходное сопротивление может быть определено следующим образом:

$$R_{вых} = \frac{R_{вых0}}{1 + K_{о.с} K_0}, \qquad (2\text{-}65)$$

где $R_{вых0}$ — выходное сопротивление усилителя при разомкнутой цепи обратной связи.

Для схемы усилителя (рис. 2-25) величина $R_{\text{вых}0}$ определяется выражением [Л. 46]

$$R_{\text{вых}0} = R_{\text{к}2} \parallel [r^*_{\text{к}2}(1 + \beta_2 \gamma_{\text{б}2})], \qquad (2\text{-}66)$$

где

$$\gamma_{\text{б}2} = \frac{r_{\text{э}2}}{r_{\text{э}2} + r_{\text{б}2} + R_{\text{вых}1}};$$

здесь $r_{\text{э}2}$ — сопротивление эмиттерного перехода $T_2$;

$R_{\text{вых}1}$ — выходное сопротивление 1-го каскада усилителя.

Подставив в (2-66) значение $R_{\text{к}2} = R_0 + R_{\text{э}}$ и произведя преобразования, получим:

$$R_{\text{вых}\,0} = \frac{(R_0 + R_{\text{э}})\,[(r_{\text{э}2} + r_{\text{б}2} + R_{\text{вых}1}) + \beta_2 r_{\text{э}2}]}{(r_{\text{э}2} + r_{\text{б}2} + R_{\text{вых}1})\left(1 + \dfrac{R_0 + R_{\text{э}}}{r^*_{\text{к}2}} + \beta_2 r_{\text{э}2}\right)}.$$

Так как $\dfrac{R_0 + R_{\text{э}}}{r^*_{\text{к}2}} \ll 1$, то

$$R_{\text{вых}0} = R_0 + R_{\text{э}}. \qquad (2\text{-}67)$$

Подставляя значения $R_{\text{вых}0}$, $K_{\text{о.с}}$ и $K_0$ в (2-65), получаем:

$$R_{\text{вых}} = \frac{R_0 + R_{\text{э}}}{1 + \dfrac{R_{\text{э}} K_{i1} K_{i2}}{(R_{\text{г}} + R_{\text{вх}1})\left(1 + \dfrac{R_{\text{вх}2}}{R_{\text{к}1}}\right)\left(1 + \dfrac{R_0 + R_{\text{э}}}{R_{\text{н}}}\right)}}. \qquad (2\text{-}68)$$

Если $K_{i1} K_{i2} \gg 1$, $R_{\text{к}1} = \infty$ и $R_{\text{н}} \gg R_0 + R_{\text{э}}$, что часто встречается в практических схемах, выражение (2-68) упрощается:

$$R_{\text{вых}} = \left(1 + \frac{R_0}{R_{\text{э}}}\right) \frac{R_{\text{г}} + R_{\text{вх}1}}{K_{i1} K_{i2}} = K \frac{R_{\text{г}} + R_{\text{вх}1}}{K_{i1} K_{i2}}. \qquad (2\text{-}69)$$

Для $K = 1{,}5$; $K_{i1} = 15$; $K_{i2} = 25$ выходное сопротивление усилителя равно:

при $R_{\text{г.экв}} = 100$ *ком* $R_{\text{вых}} = 800$ *ом*;
при $R_{\text{г.экв}} = 0$ $R_{\text{вых}} = 400$ *ом*.

Таким образом, благодаря глубокой отрицательной обратной связи усилитель имеет малую величину выходного сопротивления.

Полученные выражения позволяют рассчитать величины параметров усилителя. Однако при проектировании

фильтров необходимо учитывать стабильность параметров усилителя, особенно стабильность коэффициента передачи, так как влияние нестабильности $R_{вх}$ и $R_{вых}$ на характеристики фильтров может быть уменьшено соответствующим выбором величин резисторов $RC$-цепей. Известно, что в регенеративных избирательных устройствах стабильность коэффициентов затухания и передачи связана зависимостью

$$\frac{\Delta\xi}{\xi} \approx \frac{\Delta K}{K}\frac{2}{\xi}.$$

Следовательно, при уменьшении $\xi$ (увеличении добротности) требования к стабильности $K$ резко возрастают, и при заданном значении $\frac{\Delta\xi}{\xi}$ величина $\frac{\Delta K}{K}$ характеризует максимально достижимую избирательность устройства.

Для транзисторных усилителей наиболее сильным дестабилизирующим фактором является изменение температуры окружающей среды. Поэтому проанализируем зависимость коэффициента передачи усилителя от температуры, рассматривая выражение (2-60) как функцию нескольких переменных. При этом считаем, что величина $R_0/R_э$ является независимой от температуры, а влиянием нагрузки можно пренебречь в силу выполнения условия $R_н \gg R_0 + R_э$.

Таким образом, в анализируемом выражении температурно-зависимыми параметрами являются динамические коэффициенты усиления транзисторов по току и входное сопротивление каскадов усилителя. Исследование транзисторов показывает, что зависимости данных параметров от температуры в диапазоне от —60 до +60 °С достаточно точно аппроксимируются линейными функциями [Л. 47]. Это позволяет представить температурный коэффициент изменения коэффициента передачи усилителя (ТКК) в следующем виде:

$$\frac{K_т - K_{т0}}{T - T_0}\frac{1}{K_{т0}} = \frac{dK}{dT}\frac{1}{K}\left(\frac{\partial K}{\partial K_{i1}}\frac{dK_{i1}}{dT} + \frac{\partial K}{\partial K_{i2}}\frac{dK_{i2}}{dT} + \right.$$

$$\left. + \frac{\partial K}{\partial R_{вх1}}\frac{dR_{вх1}}{dT} + \frac{\partial K}{\partial R_{вх2}}\frac{dR_{вх2}}{dT}\right), \qquad (2\text{-}70)$$

где $T$ — температура окружающей среды;
$T_0$ — нормальная температура;

$K_т$ и $K_{т0}$ — коэффициенты передачи усилителя при эксплуатационной и нормальной температуре соответственно.

Дифференцируя (2-60), находим величины частных производных:

$$\frac{\partial K}{\partial K_{i1}}\frac{1}{K}=\frac{(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)}{\left[(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)+K_{i1}K_{i2}R_э\right]K_{i1}};$$

$$\frac{\partial K}{\partial K_{i2}}\frac{1}{K}=\frac{(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)}{\left[(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)+K_{i1}K_{i2}R_э\right]K_{i2}};$$

$$\frac{\partial K}{\partial R_{вх1}}\frac{1}{K}=-\frac{\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)}{(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)+K_{i1}K_{i2}R_э};$$

$$\frac{\partial K}{\partial R_{вх2}}\frac{1}{K}=-\frac{\frac{R_г+R_{вх1}}{R_{к1}}}{(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)+K_{i1}K_{i2}R_э}.$$

Подставляя величины частных производных в (2-70) и выполняя преобразования, получаем выражение для ТКК усилителя:

$$\alpha_K=\frac{1}{1+\frac{K_{i1}K_{i2}R_э}{(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right)}}\times$$

$$\times\left(\alpha_{i_1}+\alpha_{i_2}-\frac{\alpha_{вх1}}{1+\frac{R_г}{R_{вх1}}}-\frac{\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}}{1+\frac{R_{вх2}}{R_{к1}}}\alpha_{вх2}\right), \qquad (2\text{-}71)$$

где

$$\alpha_K=\frac{dK}{dT}\frac{1}{K};\quad \alpha_{i_1}=\frac{dK_{i1}}{dT}\frac{1}{K_{i1}};$$

$$\alpha_{i_2}=\frac{dK_{i2}}{dT}\frac{1}{K_{i2}};\quad \alpha_{вх1}=\frac{dR_{вх1}}{dT}\frac{1}{R_{вх1}};$$

$\alpha_{вх2}=\frac{dR_{вх2}}{dT}\frac{1}{R_{вх2}}$ — температурные коэффициенты изменения

коэффициента передачи усилителя, динамических коэффициентов усиления по току $T_1$ и $T_2$ и входных сопротивлений каскадов усилителя соответственно.

Из (2-71) следует, что стабильность усилителя возрастает с увеличением коэффициентов усиления транзисторов по току. Кроме того, выражение в скобках показывает, что при противоположных знаках температурных коэффициентов $\alpha_i$ и $\alpha_{вх}$ знак и абсолютная величина ТКК зависят от отношений сопротивлений $R_г/R_{вх1}$ и $R_{вх2}/R_{к1}$.

Для получения численных значений $\alpha_к$ найдем величины температурных коэффициентов $\alpha_{i1}$, $\alpha_{i2}$, $\alpha_{вх1}$, $\alpha_{вх2}$. Величина $K_{i1}$ определяется выражением [Л. 46]

$$K_{i_1} = \beta_1 \frac{r^*_{к1}}{r^*_{к1} + (R_{к1} \parallel R_{вх2})}, \qquad (2\text{-}72)$$

в котором температурно-зависимыми параметрами являются статический коэффициент усиления транзистора по току $\beta$, динамическое значение сопротивления коллекторного перехода $r^*_{к1}$ и величина $R_{вх2}$.

Температурный коэффициент изменения $K_{i1}$, выраженный через частные производные указанных параметров, имеет вид:

$$\alpha_{i_1} = \frac{dK_{i1}}{dT}\frac{1}{K_{i1}} = \frac{d\beta_1}{dT}\frac{1}{\beta_1} + \frac{R_{вх2}}{r^*_{к1}\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right) + R_{вх2}} \times$$

$$\times \left[\frac{dr^*_{к2}}{dT}\frac{1}{r^*_{к2}} - \frac{1}{\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_{к1}}\right) R_{вх2}}\frac{dR_{вх2}}{dT}\right]. \qquad (2\text{-}73)$$

С учетом условия $R_н \gg R_{к2}$ формула для динамического коэффициента усиления по току транзистора $T_2$ может быть написана следующим образом:

$$K_{i_2} = \beta_2 \frac{r^*_{к2}}{r^*_{к2} + R_{к2}}. \qquad (2\text{-}74)$$

Дифференцируя (2-74), получаем:

$$\alpha_{i_2} = \frac{dK_{i2}}{dT}\frac{1}{K_{i2}} = \frac{d\beta_2}{dT}\frac{1}{\beta_2} + \frac{R_{к2}}{r^*_{к2} + R_{к2}}\frac{dr^*_{к2}}{dT}\frac{1}{r^*_{к2}}. \qquad (2\text{-}75)$$

Найдем далее температурный коэффициент изменения $r^*_к$, входящий в выражения $\alpha_{i1}$ и $\alpha_{i2}$. Величина динамического сопротивления коллекторного перехода определяется формулой

$$r^*_к = \frac{r_к}{1 + \beta}. \qquad (2\text{-}76)$$

Дифференцируя (2-76), находим выражение для температурного коэффициента $r^*_к$:

$$\alpha_{r^*_к} = \frac{dr^*_к}{dT}\frac{1}{r^*_к} = \alpha_{r_к} - \frac{\beta}{1+\beta}\alpha_\beta, \qquad (2\text{-}77)$$

где $\alpha_{r_к} = \frac{dr^*_к}{dT}\frac{1}{r^*_к}$ и $\alpha_\beta = \frac{d\beta}{dT}\frac{1}{\beta}$ — соответственно температурные коэффициенты изменения сопротивления коллектора и статического коэффициента усиления транзистора по току. Исходя из формул, определяющих величины входных сопротивлений 1-го и 2-го каскадов усилителя, найдем выражения для температурных коэффициентов $\alpha_{вх1}$ и $\alpha_{вх2}$. Для первого каскада в соответствии с (2-62) имеем:

$$R_{вх1} = r_{б1} + (r_{э1} + R_э)(K_{i1} + 1),$$

откуда

$$\alpha_{вх_1} = \frac{dR_{вх1}}{dT}\frac{1}{R_{вх1}} = \frac{1}{R_{вх1}}[r_{б1}\alpha_{б1} + r_{э1}(K_{i_1} + 1)\alpha_{э1} + (r_{э1} + R_э)K_{i_1}\alpha_{i_1}], \qquad (2\text{-}78)$$

где $\alpha_{б_1} = \frac{dr_{б1}}{dT}\frac{1}{r_{б1}}$, $\alpha_{э_1} = \frac{dr_{э1}}{dT}\frac{1}{r_{э1}}$ — температурные коэффициенты изменения сопротивления базы и эмиттера $T_1$.

Входное сопротивление 2-го каскада усилителя равно:

$$R_{вх2} = r_{б2} + r_{э2}(K_{i_2} + 1). \qquad (2\text{-}79)$$

Следовательно,

$$\alpha_{вх2} = \frac{dR_{вх2}}{dT}\frac{1}{R_{вх2}} = \frac{1}{R_{вх2}}[r_{б2}\alpha_{б2} + r_{э2}(K_{i_2} + 1)\alpha_{э2} + r_{э2}K_{i_2}\alpha_{i_2}], \qquad (2\text{-}80)$$

где $\alpha_{б2}$ и $\alpha_{э2}$ имеют тот же смысл, что и коэффициенты $\alpha_{б1}$ и $\alpha_{э1}$ в (2-78).

Используя (2-73), (2-75), (2-77), (2-78) и (2-80), можно рассчитать величины температурных коэффициентов изменения параметров усилителя и найти значение ТКК. При этом, как следует из полученных выражений, исходными величинами являются температурные коэф-

фициенты изменения параметров транзисторов $\alpha_б$, $\alpha_э$, $\alpha_к$ и $\alpha_\beta$, которые определялись по температурным зависимостям величин $r_б$, $r_э$, $r_к$ и $\beta$, приводимым в справочной литературе [Л. 48], и экспериментальным путем.

Проводимый расчет имеет приближенный характер, так как коэффициенты $\alpha_б$, $\alpha_э$, $\alpha_к$ и $\alpha_\beta$ зависят не только от типа транзисторов, но и от режимов их работы. Несмотря на это, данный расчет позволяет количественно проанализировать характер температурных изменений коэффициентов передачи усилителей в звеньях различных типов и определить порядок величин ТКК, соответствующих этим случаям.

Характерной особенностью рассматриваемого усилителя является работа входного транзистора в режиме микротоков, при котором коллекторный ток имеет величину $I_{к1}=10\div20$ *мка*. Данный режим необходим для обеспечения высокого входного сопротивления усилителя. Однако при малых коллекторных токах существенно уменьшается коэффициент усиления по току и ухудшается стабильность усилителя за счет увеличения влияния температурного изменения тока $I_{к0}$. Вследствие этого в усилителях, предназначенных для работы в широком диапазоне температур, должны использоваться транзисторы, имеющие весьма малый ток $I_{к0}$ и достаточно большие значения $\beta$ в режиме микротоков. В рассматриваемой схеме (рис. 2-24) применены кремниевые транзисторы типа МП113А ($T_1$) и МП106 ($T_2$), которые находятся в следующем режиме: $E_к=10$ *в*, $u_{см}=3$ *в*, $I_{к1}=20$ *мка*, $I_{к2}=0{,}6$ *ма*, $R_э=5{,}1$ *ком*, $R_{к2}=R_0+R_э=7{,}5$ *ком*. При этом параметры транзисторов имеют следующие значения: $\beta_1=15$, $r_{к1}=20$ *Мом*, $r^*_{к1}=1{,}25$ *Мом*, $\beta_2=30$, $r_{к2}=1$ *Мом*, $r^*_{к2}=32$ *ком*.

Входные сопротивления каскадов, рассчитанные по формулам (2-62) и (2-79), имеют величины: $R_{вх1}=105$ *ком* и $R_{вх2}=1{,}6$ *ком*. Значения сопротивлений эмиттеров и баз $T_1$ и $T_2$ при определении входных сопротивлений вычислялись по формулам [Л. 46, 47]

$$r_{э20^\circ\,С}=\frac{25\cdot10^{-3}}{I_э};\quad r_{б20^\circ\,С}=\frac{\alpha_0}{1-\alpha_0^2}\frac{25\cdot10^{-3}}{I_э},$$

где $I_э$ — величина эмиттерного тока при $t=20^\circ$ С; $\alpha_0$ — значение статического коэффициента усиления по току транзистора в схеме с общей базой при $t=20^\circ$ С.

По данным [Л. 48], температурные коэффициенты параметров $T_1$ и $T_2$ имеют значения:

$$\alpha_{\beta 1} \approx \alpha_{\beta 2} = 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};\quad \alpha_{б1} = 6{,}8 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};$$

$$\alpha_{б2} = 3{,}7 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};\quad \alpha_{э1} = \alpha_{э2} = 5 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};$$

$$\alpha_{к2} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ град^{-1}.$$

Расчет величин температурных коэффициентов $\alpha_{i1}$, $\alpha_{i2}$, $\alpha_{вх}$ и $\alpha_{вх2}$ по вышеприведенным формулам дает следующие результаты:

$$\alpha_{i_1} \approx \alpha_{\beta 1} = 5{,}5 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};$$

$$\alpha_{i_2} = 4{,}4 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};$$

$$\alpha_{вх1} = 8{,}0 \cdot 10^{-3}\ град^{-1};$$

$$\alpha_{вх2} = 7{,}5 \cdot 10^{-3}\ град^{-1}.$$

На основании полученных результатов найдем величину ТКК. Для этого определим значения коэффициентов в (2-71). Коэффициент, стоящий перед величиной $\alpha_{вх1}$, определяется отношением $R_г/R_{вх1}$, а перед $\alpha_{вх2}$ — $R_{вх2}/R_{к1}$. Как отмечалось выше, в рассмотренных типах звеньев эквивалентная величина внутреннего сопротивления источника сигнала может быть либо близка к нулю, либо равна нескольким десяткам или сотням килоом. Для определенности рассмотрим два близких к практике случая $R_г/R_{вх1} = 0$ и $R_г/R_{вх1} = 1$, для которых вычислим величину ТКК.

Расчеты показывают, что при $R_{г.экв} = 0$ и указанных параметрах схемы температурный коэффициент изменения $k$ имеет величину порядка 0,01 % $град^{-1}$ и путем соответствующего выбора отношения $R_{вх2}/R_{к1}$ может быть приближен к нулю.

При $R_{г.экв} = 0$ увеличение $R_{вх2}/R_{к1}$ может привести к отрицательному знаку ТКК, так как некоторые типы транзисторов имеют большие температурные коэффициенты $\alpha_б$, $\alpha_э$ и $\alpha_к$, вследствие чего в схеме обеспечивается соотношение

$$|\alpha_{i_1} + \alpha_{i_2}| < \left| \alpha_{вх1} + \frac{R_{вх2}}{R_{вх2} + R_{к1}} \alpha_{вх2} \right|.$$

При $R_г = 100$ *ком* расчетное значение ТКК усилителя равно $\alpha_к \approx 5 \cdot 10^{-4}$ *град*$^{-1}$, т. е. при увеличении внутреннего сопротивления источника сигнала стабильность усилителя ухудшается. Характерной чертой данного режима усилителя является положительный знак ТКК, абсолютное значение которого при прочих равных условиях определяется величинами резисторов $RC$-цепей. Следовательно, для повышения стабильности звеньев, работающих с высокоомными $RC$-цепями, необходима термокомпенсация изменения коэффициентов передачи усилителей, способы которой приводятся ниже.

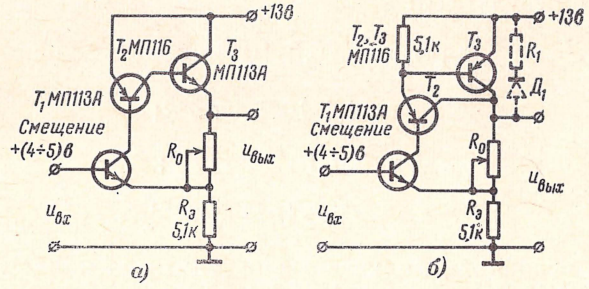



Рис. 2-26. Трехкаскадный транзисторный усилитель (два варианта).

Величина входного сопротивления рассмотренного усилителя в ряде случаев недостаточна. Если исходить из условия уменьшения воздействия нестабильности входного сопротивления на собственную частоту звена $\omega_0$ и учесть влияние величины резисторов $RC$-цепей на стабильность коэффициента передачи усилителя, то применение в ЗНЧ, ПЗ и РЗ резисторов выше 100 *ком*, а в ФВЧ — выше 300 *ком* нецелесообразно. Для увеличения номиналов резисторов необходимо повышение входного сопротивления усилителя, что может быть достигнуто ростом коэффициента $K_0$. С этой целью в усилитель добавляется транзистор $T_3$, включенный по схеме с общим коллектором (рис. 2-26,*а*). Можно показать, что величина коэффициента усиления по напряжению при разомкнутой цепи обратной связи для данной схемы определяется выражением

$$K_0 = \frac{K_{t1} K_{t2} K_{t3} (R_э + R_0)}{(R_к + R_{вх1}) \left(1 + \dfrac{R_э + R_0}{R_ш}\right)}. \qquad (2\text{-}81)$$

Из (2-81) следует, что коэффициент усиления $K_0$ в трехтранзисторном усилителе увеличился в $K_{i3}$ раз. В связи с этим его входное сопротивление также увеличивается в $K_{i3}$ раз, а выходное во столько же раз уменьшается. Указанные параметры усилителя могут быть вычислены по формулам

$$R_{вх}=\frac{R_э K_{i1} K_{i2} K_{i3}}{(R_г+R_{вх1})\left(1+\frac{R_э+R_0}{R_н}\right)}; \qquad (2\text{-}82)$$

$$R_{вых}=\left(1+\frac{R_0}{R_э}\right)\frac{R_г+R_{вх}}{K_{i1} K_{i2} K_{i3}}, \qquad (2\text{-}83)$$

а коэффициент передачи усилителя—по формуле (2-60а). Входное и выходное сопротивления трехтранзисторного усилителя для указанной на рис. 2-26,*а* схемы имеют следующие значения:

при $R_г=0$: $R_{вх}\geqslant 6$ *Мом*, $R_{вых}\approx 50$ *ом*;
при $R_г=200$ *ком*: $R_{вх}\geqslant 3$ *Мом*, $R_{вых}\approx 150$ *ом*.

Таким образом, у трехтранзисторной схемы входное сопротивление в 2—3 раза выше, чем у двухтранзисторной, что позволяет во столько же раз увеличить номиналы резисторов *RC*-цепей.

Дальнейшее возрастание числа транзисторов в усилителе для повышения $R_{вх}$ нецелесообразно, так как эта мера при числе транзисторов больше трех не дает существенного увеличения коэффициента усиления $K_0$. Это объясняется тем, что первый транзистор $T_1$ усилителя работает в режиме микротоков и в силу этого имеет малый коэффициент усиления $K_{i1}$. При ограниченном токе коллектора выходного транзистора возрастание числа каскадов усилителя приводит к дополнительному снижению эмиттерного тока и коэффициента усиления входного транзистора, в связи с чем коэффициент $K_0$ растет незначительно. Кроме того, увеличение числа каскадов приводит к ухудшению частотных характеристик усилителя вследствие возрастания постоянных времени коллекторных цепей транзисторов. Так, например, верхняя граница полосы пропускания усилителя, выполненного на двух транзисторах типа МП113А и МП116, равна 10 *кгц*. В схеме с тремя транзисторами того же типа она снижается приблизительно втрое.

На рис. 2-26,*б* представлен другой вариант трехтранзисторной схемы усилителя, отличающийся от предыдущего тем, что эмиттерный повторитель включен между первым и вторым каскадами. Это позволило расширить полосу пропускания усилителя до 6 *кгц*. По $R_{вх}$ и $R_{вых}$ он равноценен первому варианту трехтранзисторного усилителя.

Анализ показывает, что температурные изменения коэффициентов передачи трехтранзисторных усилителей определяются закономерностями, найденными для двухтранзисторной схемы. Из них следует, что с увеличением номиналов резисторов *RC*-цепей возрастает величина ТКК усилителя. Поэтому при использовании в *RC*-цепях резисторов сравнительно большой величины (200—600 *ком*) следует предусматривать компенсацию температурных уходов коэффициентов передачи, что особенно важно для звеньев с малыми коэффициентами затухания.

Как отмечалось выше, абсолютная величина и знак ТКК в значительной мере определяются эквивалентным внутренним сопротивлением источника сигнала. В связи с этим в звеньях типа ЗНЧ, ПФ и РЗ ТКК положителен, а в звеньях типа ЗВЧ — может иметь разный знак. Для компенсации положительных уходов коэффициентов передачи усилителей могут применяться различные методы, основанные на использовании элементов с отрицательным температурным коэффициентом изменения сопротивления. По этому принципу работает состоящая из последовательно соединенных резистора и диода термокомпенсирующая цепочка, подключаемая параллельно переходу эмиттер — коллектор. Вследствие отрицательного температурного коэффициента изменения обратного сопротивления диода шунтирующее действие компенсирующей цепочки возрастает с повышением температуры. Часть коллекторного тока транзистора ответвляется, что приводит к уменьшению роста коэффициента $K_i$ и повышению стабильности коэффициента передачи усилителя. Степень компенсации, определяемая величиной ответвляемого тока, регулируется резистором, включенным последовательно с диодом. Значение резистора подбирается экспериментально, что позволяет снизить ТКК в несколько раз. Один из возможных способов включения компенсирующих цепочек показан пунктиром на схемах усилителей (рис. 2-24 и 2-26,*б*).

Другим способом температурной компенсации положительных ТКК является включение термисторов в цепь отрицательной обратной связи усилителя (рис. 2-27), что обеспечивает отрицательный температурный коэффициент величины $R_0/R_э$ и компенсацию увеличения коэффициента передачи. Температурный коэффициент такой цепи определяется величиной ТКС термистора и соотношением величин элементов. Методика расчета подобных цепей описана в [Л. 49].

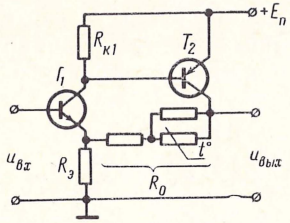



Рис. 2-27. Схема включения термистора в цепь обратной связи усилителя.

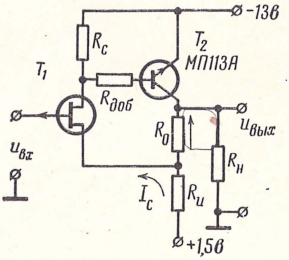



Рис. 2-28. Схема усилителя с полевым транзистором.

Рассмотрение транзисторных усилителей показало, что входные сопротивления двух- и трехкаскадных усилителей равны 5—10 *Мом*. Дальнейшее повышение $R_{вх}$ связано со значительным усложнением схемы усилителя.

Проблема обеспечения высоких входных сопротивлений усилителей кардинально решается путем применения полевых транзисторов и экономичных микроминиатюрных ламп. Особенно перспективны полевые транзисторы, в основу работы которых положена модуляция ширины канала пространственным зарядом *p-n* переходов. Величина входного сопротивления при этом определяется обратными токами переходов, имеющими для транзисторов различных типов значения $10^{-9}$—$10^{-12}$ *а*. Так как входные емкости полевых транзисторов малы (0,5—5,0 *пф*), их входные сопротивления в диапазоне низких частот можно считать чисто активными. Вследствие близких величин рабочих напряжений и токов полевых и биполярных транзисторов возможно их непосредственное соединение, что упрощает схемы и улучшает их характеристики. Применение полевых транзисторов в схемах усилителей рассмотренного типа (рис. 2-28)

повышает их входное сопротивление на несколько порядков. Гальванические межкаскадные связи в данной схеме также возможны при применении транзисторов с разным типом проводимости. Так как у полевых транзисторов проводимость перехода затвор — канал типа *p-n* или *n-p*, то для данной схемы возможны два варианта соединения полевых и биполярных транзисторов. В рассматриваемой схеме использован транзистор с проводимостью *p-n*. Индексы в обозначениях элементов схема изменены в соответствии с наименованиями электродов полевого транзистора.

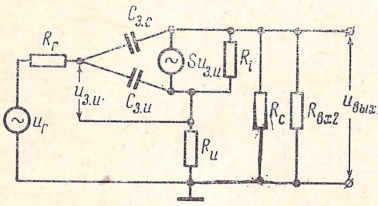



Рис. 2-29. Эквивалентная схема каскада на полевом транзисторе.

Проанализируем схему усилителя и найдем выражения для его коэффициента передачи, а также входного и выходного сопротивлений.

Определим величину коэффициента усиления по напряжению при разомкнутой цепи обратной связи, рассматривая его как произведение коэффициентов усиления каскадов на полевом и биполярном транзисторах.

Эквивалентная схема усилителя для случая разомкнутой цепи обратной связи аналогична показанной на рис. 2-25 с учетом обозначений, введенных для полевого транзистора.

Рассмотрим выражение для коэффициента усиления 1-го каскада. Усилительные свойства полевого транзистора характеризуются крутизной вольт-амперной характеристики $S = \frac{dI_с}{du_з}$. Эквивалентная схема каскада на полевом транзисторе приведена на рис. 2-29. Нагрузкой каскада служит сопротивление $R_\Sigma = (R_с \| R_{вх2})$. Ток, протекающий через него, равен:

$$i_\Sigma = -Su_{з.и} \frac{1}{1 + \frac{R_\Sigma + R_и}{R_i}},$$

где $R_i = \frac{du_с}{dI_с}$ — внутреннее сопротивление полевого транзистора.

Так как входное сопротивление каскада, определяемое током затвора, значительно больше внутреннего сопротивления генератора сигнала, то можно считать, что

$$u_г = u_{з.и} + i_\Sigma R_и.$$

Следовательно,

$$i_\Sigma = -\frac{Su_г}{1 + SR_и + \dfrac{R_и + R_\Sigma}{R_i}}.$$

Таким образом, коэффициент усиления по напряжению каскада на полевом транзисторе равен:

$$K_{u_1} = \frac{i_\Sigma R_\Sigma}{u_г} = -\frac{SR_\Sigma}{1 + SR_и + \dfrac{R_и + R_\Sigma}{R_i}}.$$

Коэффициент усиления по напряжению 2-го каскада, как было установлено раньше, определяется выражением

$$K_{u_2} = -\frac{K_{i2}\,(R_{к2} \parallel R_н)}{R_{вх2}}$$

Следовательно, коэффициент усиления при разомкнутой цепи обратной связи равен:

$$K_0 = K_{u_1} K_{u_2} =$$

$$= \frac{SK_{i2}\,(R_и + R_0)}{\left[1 + SR_и + \dfrac{R_и + R_\Sigma}{R_i}\right]\left(1 + \dfrac{R_{вх2}}{R_с}\right)\left(1 + \dfrac{R_и + R_0}{R_н}\right)}.$$

Подставив найденное выражение $K_0$ в (2-58) и произведя преобразования, получим выражение для коэффициента передачи усилителя с учетом действия отрицательной обратной связи:

$$K = \left(1 + \frac{R_0}{R_и}\right) \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \dfrac{\left[1 + SR_и + \dfrac{R_и + R_\Sigma}{R_i}\right]\left(1 + \dfrac{R_{вх2}}{R_с}\right)\left(1 + \dfrac{R_и + R_0}{R_н}\right)}{R_и SK_{i2}}}.$$

Наибольшее усиление полевого транзистора обеспечивается при работе в «пентодной» области его вольт-

амперной характеристики. В этом режиме внутреннее сопротивление транзистора имеет весьма большое значение, т. е. выполняется условие $R_i \gg R_и + R_\Sigma$. С учетом сказанного полученное выражение перепишется следующим образом:

$$K = \left(1 + \frac{R_0}{R_и}\right) \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{R_и S K_{i2}} + \frac{1}{K_{i2}}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_и}{R_н}\right)\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_c}\right)}. \quad (2\text{-}84)$$

Используя (2-65), найдем выражение для выходного сопротивления усилителя, считая, что его значение при разомкнутой цепи обратной связи равно $R_{вых0} \approx R_0 + R_и$:

$$R_{вых} = \frac{(R_0 + R_и)\left[1 + SR_и + \frac{R_и + R_\Sigma}{R_i}\right] \times}{R_и S K_{i2} + \left[1 + SR_и + \frac{R_и + R_\Sigma}{R_i}\right] \times} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\times \left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_c}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_и}{R_н}\right)}{\times \left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_c}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_и}{R_н}\right)} =$$

$$= \left(1 + \frac{R_0}{R_и}\right)\left(\frac{1}{S K_{i2}} + \frac{R_и}{K_{i2}} + \frac{R_\Sigma}{R_i S K_{i2}}\right) \times$$

$$\times \left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_c}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_н}{R_н}\right).$$

Учитывая, что $R_\Sigma \ll R_i S K_{i2}$ и полагая $R_н \gg R_0 + R_и$, получаем расчетную формулу для выходного сопротивления усилителя:

$$R_{вых} = \left(1 + \frac{R_0}{R_и}\right)\left(\frac{1}{S K_{i2}} + \frac{R_и}{K_{i2}}\right)\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_c}\right). \quad (2\text{-}85)$$

Входное сопротивление в усилителе с полевым транзистором определяется главным образом величиной тока затвора и даже при разомкнутой цепи обратной связи $R_{вх0}$ имеет значение $10^8$—$10^{12}$ *ом*. Действие отрицательной обратной связи согласно (2-61) способствует еще большему увеличению входного сопротивления и повышению его стабильности.

Рассмотрим (2-84) с целью установления температурных изменений коэффициента передачи усилителя. В этом выражении температурнозависимыми параметрами являются крутизна вольт-амперной характеристики полевого транзистора $S$, коэффициент усиления по току $K_{i2}$ и входное сопротивление биполярного транзистора $R_{вх2}$. Температурные зависимости параметров $K_{i2}$ и $R_{вх2}$ были определены ранее, поэтому рассмотрим теперь температурное изменение параметра $S$.

Согласно [Л. 50] зависимость крутизны $S$ от напряжения на затворе $u_{з.и}$ может быть представлена в виде

$$S = S_{макс}\left[1 - \left(\frac{u_{з.и}}{u_0}\right)^a\right], \qquad (2\text{-}86)$$

где $S_{макс}$ — значение крутизны при $u_{з.и}=0$;

$u_0$ — напряжение отсечки канала полевого транзистора, т. е. напряжение стока, соответствующее насыщению тока стока при $u_{з.и}=0$;

$a$ — показатель степени, определяемый характером распределения заряда в канале.

Тогда температурное изменение крутизны может быть записано следующим образом:

$$\frac{dS}{dT} = \frac{dS_{макс}}{dT}\left[1 - \left(\frac{u_{з.и}}{u_0}\right)^a\right] + \frac{aS_{макс}}{u_0}\left(\frac{u_{з.и}}{u_0}\right)^a \frac{du_0}{dT}. \qquad (2\text{-}86а)$$

Связь между максимальной крутизной и напряжением отсечки $u_0$ определяется выражением [Л. 50, 51]

$$S_{макс} = k_2 \mu_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{-n_1} u_0, \qquad (2\text{-}87)$$

где $k_2$ — постоянный коэффициент, зависящий от диэлектрической проницаемости материала и геометрии канала;

$n_1$ — коэффициент, находящийся в зависимости от полупроводникового материала и типа его проводимости.

В результате дифференцирования (2-87) получаем:

$$\frac{dS_{макс}}{dT} = S_{макс}\left(\frac{1}{u_0}\frac{du_0}{dT} - \frac{n_1}{T}\right). \qquad (2\text{-}88)$$

Разделив обе части (2-86а) на $S$ и подставив значение $\frac{dS_{мвкс}}{dT}$ из (2-88), получаем выражение для температурного

коэффициента изменения крутизны:

$$\alpha_s = \frac{1}{S}\frac{dS}{dT} = \frac{1}{u_0}\frac{du_0}{dT}\left[1 + a\frac{\left(\frac{u_{з.и}}{u_0}\right)^a}{1-\left(\frac{u_{з.и}}{u_0}\right)^a}\right] - \frac{n_1}{T}. \quad (2\text{-}89)$$

При однородном распределении зарядов в канале полевого транзистора $a$ составляет 0,5 [Л. 50]. Для этого случая в соответствии с (2-89) построены графики

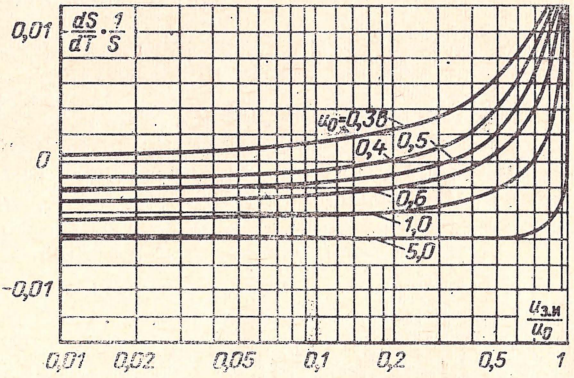



Рис. 2-30. Графики зависимости температурного коэффициента крутизны полевого транзистора от напряжения смещения затвора.

зависимости $\alpha_s$ от смещения на затворе (рис. 2-30). При этом было принято, что $n_1=2$, $\frac{du_0}{dT}=0{,}002$ $в\cdot град^{-1}$ [Л. 50, 51] и $T=300$ °К. Анализ графиков показывает, что температурный коэффициент изменения $S$ растет с увеличением смещения на затворе.

Из графиков следует, что абсолютная величина и знак температурного коэффициента $\alpha_s$ зависят от величины напряжения отсечки $u_0$. Так, например, у полевых транзисторов с $u_0=0{,}3$ $в$ при $u_{з.и}=0$ температурный коэффициент изменения $S$ приближается к нулю. При больших смещениях $\alpha_s$ имеет положительный знак. Транзисторы с напряжением отсечки $u_0>0{,}3$ $в$ при $u_{з.и}=0$ имеют отрицательные температурные коэффициенты, возрастающие с увеличением $u_0$. При определенном значении смещения, равном $u_{з.и0}$, температурный коэф-

фициент становится равным нулю. При дальнейшем увеличении смещения затвора он приобретает положительный знак.

Из сказанного следует, что в полевых транзисторах требуемые величина и знак температурного коэффициента $S$ могут быть обеспечены соответствующим выбором напряжения отсечки (типа транзистора) и положения рабочей точки на входной характеристике.

Для рассматриваемой схемы усилителя требования к знаку и величине $\alpha_s$ могут быть оценены на основании анализа выражения для ТКК усилителя. Найдем это выражение, исходя из (2-84). ТКК в общем виде может быть определен следующим образом:

$$\frac{dK}{dT}\frac{1}{K}=\frac{1}{K}\left(\frac{\partial K}{\partial S}\frac{dS}{dT}+\frac{\partial K}{\partial K_{i2}}\frac{dK_{i2}}{dT}+\frac{\partial K}{\partial R_{вх2}}\frac{dR_{вх2}}{dT}\right). \quad (2\text{-}90)$$

Дифференцируя (2-84), находим величины слагаемых (2-90):

$$\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial S}=\frac{1+\frac{R_{вх2}}{R_с}}{R_и S K_{i2}+(1+SR_и)\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_с}\right)}\cdot\frac{1}{S}; \quad (2\text{-}91)$$

$$\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial K_i}=\frac{\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_с}\right)(1+SR_и)}{R_и S K_{i2}+(1+SR_и)\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_с}\right)}\cdot\frac{1}{K_i}; \quad (2\text{-}92)$$

$$\frac{1}{K}\frac{\partial K}{\partial R_{вх2}}=\frac{\frac{R_{вх2}}{R_с}(1+SR_и)}{R_и S K_{i2}+(1+SR_и)\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_с}\right)}\cdot\frac{1}{R_{вх2}}. \quad (2\text{-}93)$$

Подставив полученные величины в (2-90) и произведя преобразования, приходим к следующему выражению для ТКК усилителя с полевым транзистором:

$$\alpha_к=\frac{dK}{dT}\frac{1}{K}=$$

$$=\frac{\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_с}\right)\left[\alpha_s+(1+SR_и)\left(\alpha_{i2}-\frac{R_{вх2}}{R_{вх2}+R_с}\alpha_{вх2}\right)\right]}{R_и S K_{i2}+(1+SR_и)\left(1+\frac{R_{вх2}}{R_с}\right)}.$$

Отсюда может быть получено соотношение между температурными коэффициентами изменения $S$, $K_{i2}$ и $R_{вх2}$, соответствующее нулевому значению ТКК усилителя. Действительно, полагая $\alpha_к = 0$, можно написать, что

$$\alpha_s = (1 + SR_и)\left(\frac{R_{вх2}}{R_{вх2} + R_с}\alpha_{вх2} - \alpha_{i_2}\right). \qquad (2\text{-}94)$$

Выражение (2-94) позволяет оценить величину температурного коэффициента изменения крутизны полевого транзистора, соответствующего указанному условию. Согласно (2-89) данная величина $\alpha_s$ обеспечивается выбором напряжения отсечки транзистора и смещения на затворе. Графики (рис. 2-30) показывают, что температурный коэффициент $\alpha_s$ определяется главным образом напряжением $u_0$, так как в рабочем диапазоне изменений смещения на затворе $\left(\frac{u_{з.и}}{u_0} \approx 0{,}02 \div 0{,}2\right)$ величина $\alpha_s$ слабо зависит от $u_{з.и}$. Следовательно, с точки зрения обеспечения стабильности коэффициента передачи усилителя выбор напряжения отсечки полевого транзистора имеет главное значение. При малых напряжениях отсечки $u_0$ (0,3—0,5 *в*) ТКК усилителя будет иметь положительный знак, а при увеличении $u_0$ до 5 и выше — отрицательный.

Последний можно уменьшить путем включения резистора $R_{доб}$ в базу биполярного транзистора, что эквивалентно увеличению внутреннего сопротивления источника сигнала для 2-го каскада усилителя. Как отмечалось ранее, при $R_{доб} \geqslant R_{вх2}$ влияние температурного изменения $R_{вх2}$ значительно ослабляется и ТКК 2-го каскада становится положительным, что частично компенсирует отрицательный уход коэффициента передачи усилителя.

Величина $R_{доб}$ зависит от температурного коэффициента $\alpha_s$ входного сопротивления $R_{вх2}$ и имеет порядок нескольких килоом. Уточнение значения $R_{доб}$ производится экспериментально; при этом необходимо иметь в виду, что чрезмерное увеличение $R_{доб}$ приводит к уменьшению $K$ и увеличению $R_{вых}$.

Усилители на полевых транзисторах (рис. 2-28) имеют следующие параметры: $R_{вх} = 10^8 \div 10^9$ *ом* и $R_{вых} = 500$ *ом* (при $S = 1$; $K = 1{,}5$). При использовании полевых транзисторов с малыми напряжениями отсечки

сужается диапазон входных напряжений усилителя. Для его расширения резистор $R_и$ в схеме усилителя подключен к источнику напряжения $+1{,}5$ *в*.

На рис. 2-31 приведена еще одна практическая схема усилителя с полевым транзистором на входе, имеющего высокий входной импеданс. В ней уменьшена входная емкость путем компенсации емкостей затвор — исток $C_{з.и}$ и затвор — сток $C_{з.с}$ полевого транзистора.

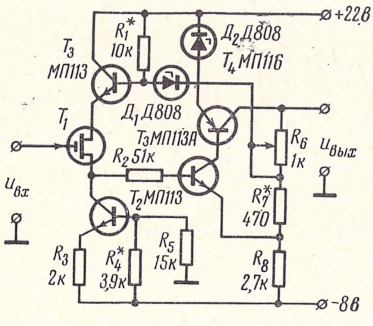



Рис. 2-31. Схема усилителя с высоким входным импедансом.

Кроме рассмотренных схем, на биполярных и полевых транзи-

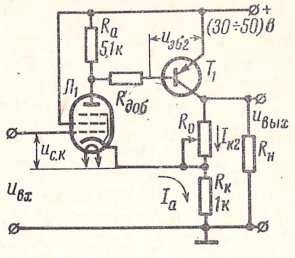



Рис. 2-32. Схема лампово-транзисторного усилителя.

сторах в активных *RC*-фильтрах применяются усилители, выполненные по гибридным — лампово-транзисторным схемам. Благодаря непрерывному совершенствованию конструкции и технологии изготовления современные электронные лампы стали малогабаритными, экономичными и обладают высокими усилительными свойствами. Несомненными достоинствами их являются высокое входное сопротивление и независимость параметров от температуры. В настоящее время выпускаются лампы, работающие при анодных напряжениях 12—50 *в* с сеточными токами порядка $10^{-9}$—$10^{-14}$ *а* и коэффициентами усиления от 10 и выше. Низкие анодные напряжения позволяют легко согласовывать режимы ламп и транзисторов, поэтому гибридные схемы просты и реализуют положительные свойства обоих видов активных элементов.

Схема такого лампово-транзисторного усилителя представлена на рис. 2-32. Роль транзистора с проводимостью *n-p-n* выполняет лампа. В остальном схема работает так же, как рассмотренные выше.

Ввиду того что эквивалентные схемы полевого транзистора и пентода аналогичны, для коэффициента передачи и выходного сопротивления гибридного усилителя справедливы выражения, полученные для усилителя с полевым транзистором. Поэтому с учетом обозначений рис. 2-32 имеем:

$$K = \left(1 + \frac{R_0}{R_к}\right) \times$$

$$\times \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{R_к S K_i} + \frac{1}{K_i}\right)\left(1 + \frac{R_0 + R_к}{R_н}\right)\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_а}\right)}; \quad (2\text{-}95)$$

$$R_{вых} = \left(1 + \frac{R_0}{R_к}\right)\left(\frac{1}{S K_{i2}} + \frac{R_к}{K_{i2}}\right)\left(1 + \frac{R_{вх2}}{R_а}\right). \quad (2\text{-}96)$$

Очевидно, что стабильность коэффициента передачи усилителя определяется температурными изменениями параметров транзисторов каскада. Выражение для ТКК лампово-транзисторного усилителя можно получить из (2-91), положив в нем $\alpha_s = 0$:

$$\alpha_к = \frac{\alpha_{i2} - \frac{R_{вх2}}{R_{вх2} + R_а}\alpha_{вх2}}{1 + \frac{R_а K_{i2}}{R_а + R_{вх2}}}. \quad (2\text{-}97)$$

В рассматриваемой схеме усилителя транзистор имеет высокую температурную стабильность токов базы и коллектора, вследствие чего коэффициент $\alpha_{i2}$ имеет незначительную величину. Это объясняется тем, что база транзистора питается анодным током лампы, не зависящим от температуры. При этом базовый ток имеет величину порядка 100 *мка,* а коллекторный — соответственно 1,5—3 *ма.* В кремниевых транзисторах обратный ток коллектора $I_{к0}$ меньше указанных величин на несколько порядков и не влияет на температурную стабильность каскада. В результате этого, а также действия глубокой отрицательной обратной связи обеспечивается высокая стабильность тока базы и коллектора транзистора.

Таким образом, с колебаниями температуры коэффициент усиления по току транзистора практически стабилен и величина $\alpha_к$ определяется главным образом температурным коэффициентом изменения входного со-

противления каскада, т. е. изменениями параметров $r_{э2}$ и $r_{б2}$. Вследствие этого лампово-транзисторный усилитель имеет отрицательный температурный коэффициент изменения коэффициента передачи. Для уменьшения ТКК в цепь базы транзистора включен резистор $R_{доб}$, компенсирующее действие которого было рассмотрено ранее. Величина $R_{доб}$ подбирается экспериментально и для приведенной схемы усилителя лежит в пределах 3—10 *ком*. Лампово-транзисторный усилитель имеет следующие параметры: $R_{вх}=10^9$ *ом*, $R_{вых}=100$ *ом* (при $K=2$) и $\alpha_к=(0{,}02—0{,}05)\,\%$ *град*$^{-1}$.

Отметим, что включение резистора $R_{доб}=10$ *ком* увеличивает выходное сопротивление усилителя приблизительно вдвое.

## 2-6. Стабилизация постоянных составляющих выходных напряжений усилителей

В активных фильтрах вопросы стабильности выходного уровня постоянной составляющей аналогичны проблеме уменьшения дрейфа «нуля» в усилителях постоянного тока. Как известно, в транзисторных усилителях основной причиной изменения постоянной составляющей является температурная нестабильность параметров транзисторов. В рассматриваемых усилителях уменьшение дрейфа «нуля» наряду с введением глубокой отрицательной обратной связи по постоянному току обеспечивается применением методов температурной компенсации.

Рассмотрим с этой точки зрения схему усилителя (рис. 2-24) и найдем выражение для постоянной составляющей его выходного напряжения $u_{вых0}$. Для данной схемы можно написать следующие уравнения:

$$u_{см}=R_г\,(I_{б1}-I_{к01})+R_э\,(I_{э1}+I_{к2}+I_{к02})+u_{эб1}; \quad (2\text{-}98)$$

$$u_{вых0}=(R_0+R_э)\,(I_{к2}+I_{к02})+I_{э1}R_э. \quad (2\text{-}99)$$

Так как рассматривается режим усилителя по постоянному току, то в схеме (рис. 2-24) $E_г$ заменено напряжением смещения $u_{см}$.

В (2-98) величиной $I_{к02}$ можно пренебречь ввиду того, что данный ток значительно меньше коллекторного тока второго транзистора.

Найдем выражения для токов $I_{к2}$ и $I_{э1}$:

$$I_{к2} = I_{б2}\beta_2; \tag{2-100}$$

$$I_{б2} = \frac{I_{к1}}{1 + \frac{R_{эб2}}{R_{к1}}}, \tag{2-101}$$

где $R_{эб2}$ — сопротивление по постоянному току перехода эмиттер — база $T_2$.

Величина $I_{к1}$ может быть выражена следующим способом:

$$I_{к1} = I_{э1}\alpha_1 + \frac{I_{к01}}{1 - \alpha_1} \approx I_{э1}\alpha_1, \tag{2-102}$$

где $\alpha_1$ — статический коэффициент усиления по току транзистора $T_1$ в схеме с общей базой.

Подставляя (2-101) и (2-102) в (2-100), получаем:

$$I_{к2} = \frac{\alpha_1\beta_2 I_{э1}}{1 + \frac{R_{эб2}}{R_{к1}}}. \tag{2-103}$$

С учетом (2-103) разрешаем (2-98) относительно $I_{э1}$:

$$I_{э1} = \frac{u_{см} - R_г(I_{б1} - I_{к01}) - u_{эб1}}{R_э\left(1 + \frac{\alpha_1\beta_2}{1 + \frac{R_{эб2}}{R_{к1}}}\right)}. \tag{2-104}$$

Подставив в (2-99) полученные величины $I_{к2}$ и $I_{э1}$ и произведя преобразования, находим выражение для постоянной составляющей выходного напряжения:

$$u_{вых0} = [u_{см} - R_г(I_{б1} - I_{к01}) - u_{эб1}] \times$$

$$\times \left[\frac{R_0 + R_э}{R_э} \frac{\alpha_1\beta_2}{1 + \frac{R_{эб2}}{R_{к1}} + \alpha_1\beta_2} + \frac{1}{1 + \frac{\alpha_1\beta_2}{1 + \frac{R_{эб2}}{R_{к1}}}}\right].$$

При $R_{к1} = \infty$ имеем

$$u_{вых0} = [u_{см} - R_г(I_{б1} - I_{к01}) - u_{эб1}] \frac{R_0 + R_э}{R_э}. \tag{2-105}$$

Таким образом, температурные колебания $u_{вых0}$ определяются изменениями величин $I_{к01}$ и $u_{эб1}$. При больших значениях $R_г$ источник смещения можно считать гене-

ратором тока, поэтому ток базы $I_{б1}$ становится практически независимым от температуры. При данном допущении величина температурного ухода постоянной составляющей определится следующим образом:

$$\Delta u_{\text{вых}0} = u_{\text{вых}0}(t) - u_{\text{вых}0}(20^\circ\text{C}) =$$

$$= -\frac{R_0 + R_э}{R_э}(R_г \Delta I_{к01} + \Delta u_{эб1}), \qquad (2\text{-}106)$$

где приращения тока $I_{к01}$ и напряжения $u_{эб1}$ определяются по формулам [Л. 52]

$$\Delta I_{к01} = I_{к01}(20^\circ\text{C})(2^{0{,}15\Delta t^\circ\text{C}} - 1);$$

$$\Delta u_{эб1} = (-2{,}3\ мв\ град^{-1})\,\Delta t.$$

При изменении температуры окружающей среды в диапазоне 20—60 °С, а также для $R_г = 100$ *ком* и $I_{к01}(20\,^\circ\text{C}) = 0{,}001$ *мка* температурный уход постоянной составляющей равен:

$$\Delta u_{\text{вых}\,0\,(60^\circ\text{C})} = -\frac{R_0 + R_э}{R_э}(100 \cdot 10^3 \cdot 0{,}063 \cdot 10^{-6} -$$

$$- 2{,}3 \cdot 40 \cdot 10^{-3}) \approx K \cdot 85\ мв.$$

В диапазоне отрицательных температур изменение постоянной составляющей определяется главным образом величиной $\Delta u_{эб1}$, так как обратные токи коллекторных переходов кремниевых транзисторов при отрицательных температурах чрезвычайно малы. Для указанных выше значений $R_г$ и $I_{к01}$ и при изменении температуры в пределах от 20 до —60 °С уход постоянной составляющей равен $\Delta u_{\text{вых}\,(60^\circ)} \approx -K \cdot 200$ *мв*. Так как величина температурного ухода постоянной составляющей пропорциональна коэффициенту передачи усилителя, то в ФНЧ, где требуется высокая стабильность постоянной составляющей, следует применять усилители с $K \leqslant 1$.

Рассмотрим способы уменьшения температурной нестабильности постоянной составляющей выходного напряжения усилителей. Одной из наиболее эффективных мер является применение усилителей, имеющих равные, но противоположные по знаку температурные уходы постоянных составляющих. Получение противоположных

знаков $\Delta u_{вых0}$ может быть достигнуто включением на входах усилителей транзисторов с разным типом проводимости. Схема таких усилителей и их включения для обеспечения взаимной компенсации нестабильности постоянной составляющей показана на рис. 2-33. На входе первого усилителя включен транзистор с проводимостью *n-p-n*, а на выходе второго — *p-n-p*. Оба усилителя имеют коэффициенты передачи, близкие к единице, и для обеспечения режимов по постоянному току

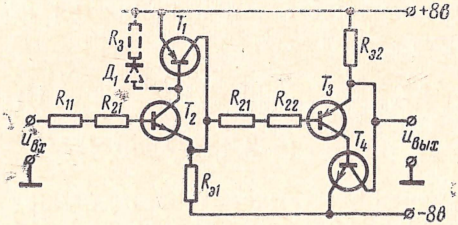



Рис. 2-33. Схема включения усилителей для взаимной компенсации температурных изменений постоянных составляющих выходных напряжений.

питаются от источника напряжения ±8 *в*. Вследствие противоположного направления коллекторных токов $T_1$ и $T_3$ температурные изменения постоянных составляющих имеют разные знаки. Поэтому изменение напряжения на выходе первого усилителя компенсирует температурное изменение постоянной составляющей на выходе второго. При идентичных параметрах усилителей и одинаковых температурных условиях работы транзисторов обеспечивается высокая стабильность постоянной составляющей. Практическим способом получения идентичности параметров усилителей является применение однотипных деталей, равенство коэффициентов передачи и использование транзисторов, изготовленных одной партией. Эффективной мерой обеспечения одинаковых температурных условий работы транзисторов является заключение их в общий теплоотвод, выполненный из пластмассы с высокой теплопроводностью. Из рассмотрения этого способа температурной стабилизации постоянной составляющей следует, что он применим при четном числе усилителей в схеме фильтра. Число усилителей определяется числом звеньев 2-го поряд-

ка, реализующих аппроксимирующую функцию заданного вида. В тех случаях, когда фильтр должен состоять из нечетного числа звеньев, число усилителей можно сделать четным, применив звено типа ЗНЧ2И. Если по конструктивным соображениям использование его нежелательно, в нечетном усилителе может быть применен другой способ компенсации, основанный на уменьшении влияния температурного изменения напряжения $u_{эб1}$ на уход постоянной составляющей.

Ранее было отмечено, что основной причиной нестабильности $u_{вых0}$ являются колебания напряжения на переходе эмиттер — база входного транзистора, вызывающие соответствующее изменение его коллекторного тока. Так как изменение напряжения $u_{эб}$ имеет отрицательный температурный коэффициент, то с повышением температуры ток коллектора растет, а с понижением падает. Влияние колебаний коллекторного тока на постоянную составляющую может быть значительно уменьшено путем включения параллельно переходу эмиттер — база транзистора $T_1$ цепочки, показанной на рис. 2-33 пунктиром. Она состоит из диода, включенного в обратном направлении, и резистора, ограничивающего его ток. Так как сопротивление диода имеет отрицательный температурный коэффициент, то общее сопротивление цепочки с повышением температуры падает, а с уменьшением растет. Благодаря этому коллекторный ток транзистора $T_2$ перераспределяется так, что ток базы транзистора $T_1$ остается практически неизменным. Точность компенсации определяется величиной температурного коэффициента изменения сопротивления цепи $Д_1R_3$, который подбирается экспериментально регулировкой резистора $R_3$, имеющего величину порядка нескольких десятков килоом. Практический пример применения рассмотренных способов температурной стабилизации постоянной составляющей будет приведен в четвертой главе.

Рассмотрим теперь температурное изменение постоянной составляющей в лампово-транзисторной схеме усилителя (рис. 2-32). Для данной схемы без учета влияния $R_{доб}$ справедливы следующие уравнения:

$$u_{с.к} = -R_к(I_{к1} + I_{к2}); \qquad (2\text{-}107)$$

$$u_{вых0} = (R_0 + R_к)I_{к2} + I_а R_к, \qquad (2\text{-}108)$$

где $u_{с.к}$ — напряжение между сеткой и катодом лампы.

Найдем величину коллекторного тока транзистора:

$$I_{к2} = I_{б2}\beta_2;$$

$$I_{б2} = \frac{I_а R_а - u_{эб2}}{R_а} = I_а - \frac{u_{эб2}}{R_а}.$$

Следовательно,

$$I_{к2} = I_а\beta_2 - \frac{u_{эб2}}{R_в}\beta_2. \qquad (2\text{-}109)$$

Полагая, что токи катода и анода лампы равны, т. е. $I_{к1} = I_а$, и учитывая (2-109), найдем из (2-107) величину анодного тока:

$$I_а = \frac{-u_{ск} + \frac{R_к u_{эб2}}{R_а}\beta_2}{R_к(1+\beta_2)}. \qquad (2\text{-}110)$$

Подставив (2-109) и (2-110) в (2-108) и произведя преобразования, находим выражение для постоянной составляющей выходного напряжения лампово-транзисторного усилителя:

$$u_{вых0} = -u_{с.к}\left(\frac{R_0 + R_к}{R_к} + \frac{1}{1+\beta_2}\right) + \frac{R_к}{R_а}u_{эб2}. \qquad (2\text{-}111)$$

Знак минус говорит о том, что напряжение сетка — катод лампы должно иметь отрицательную полярность. Принимая это во внимание и полагая $\beta_2 \gg 1$, получим:

$$u_{вых0} = u_{с.к}\frac{R_0 + R_к}{R_к} + \frac{R_к}{R_а}u_{эб2}. \qquad (2\text{-}112)$$

Считая отношение $\frac{R_0 + R_к}{R_к}$ неизменным, находим выражение для температурного ухода постоянной составляющей:

$$\Delta u_{вых0} = \frac{R_к}{R_а}\Delta u_{эб2}. \qquad (2\text{-}113)$$

Отсюда следует, что источником температурной нестабильности $u_{вых0}$ в лампово-транзисторном усилителе является изменение напряжения $u_{эб2}$. При рациональном выборе отношения величин резисторов $R_к$ и $R_а$ температурный уход постоянной составляющей может быть существенно уменьшен. Так, в практической схеме рис. 2-33

величина $\Delta u_{\text{вых0}}$ в диапазонах температур от 20 до 60 °С и от 20 до —60 °С имеет следующие значения:

$$\Delta u_{\text{вых0 (+60)}} = -20 \text{ мв}; \quad u_{\text{вых0 (-60)}} \approx 40 \text{ мв}.$$

Следовательно, ламповo-транзисторные усилители имеют значительно большую температурную стабильность постоянной составляющей, чем транзисторные. Однако для полной реализации ее необходима стабилизация тока накала ламп, что усложняет схему питания фильтров.

Применение полевых транзисторов в схемах усилителей, кроме указанных ранее достоинств, позволяет также обеспечить высокую стабильность постоянной составляющей. Для этого используется зависимость температурного коэффициента изменения тока стока полевого транзистора от величины напряжения отсечки $u_0$ и напряжения затвор — исток $u_{\text{з.и}}$. Выбором транзистора с соответствующим значением напряжения отсечки и обеспечением необходимого режима по постоянному току можно получить высокую стабильность постоянной составляющей в широком температурном диапазоне.

Рассмотрим этот вопрос более подробно. Вследствие аналогичности эквивалентных схем полевого транзистора и электронной лампы выражение для постоянной составляющей выходного напряжения усилителя с полевым транзистором идентично (2-111). Заменяя в нем наименования элементов схемы, получаем:

$$u_{\text{вых0}} = u_{\text{з.и}}\left(\frac{R_0 + R_{\text{и}}}{R_{\text{и}}} + \frac{1}{1+\beta_2}\right) + \frac{R_{\text{и}}}{R_{\text{с}}} u_{\text{эб}_2}. \qquad (2\text{-}114)$$

В отличие от ламповo-транзисторной схемы температурная зависимость $u_{\text{вых0}}$ определяется изменением напряжения эмиттер — база биполярного транзистора и затвор — исток полевого.

Дифференцируя (2-114), найдем величину температурного изменения $u_{\text{вых0}}$:

$$\frac{du_{\text{вых0}}}{dT} = \left(\frac{R_0 + R_{\text{и}}}{R_{\text{и}}} + \frac{1}{1+\beta_2}\right)\frac{du_{\text{з.и}}}{dT} + \\ + \frac{u_{\text{з.и}}}{(1+\beta_2)^2}\frac{d\beta}{dT} + \frac{R_{\text{и}}}{R_{\text{с}}}\frac{du_{\text{эб}}}{dT}. \qquad (2\text{-}115)$$

При $\beta \gg 1$ (2-115) упрощается:

$$\frac{du_{\text{вых0}}}{dT} = K\frac{du_{\text{з.и}}}{dT} + \frac{R_{\text{и}}}{R_{\text{с}}}\frac{du_{\text{эб}}}{dT}. \qquad (2\text{-}116)$$

Полученное выражение говорит о том, что температурные колебания постоянной составляющей определяются главным образом изменением напряжения затвор — исток полевого транзистора.

Условием независимости $u_{\text{вых}_0}$ от температуры является $\frac{du_{\text{вых}0}}{dT} = 0$. В этом случае получаем:

$$\frac{du_{\text{з.и}}}{dT} = -\frac{R_{\text{и}}}{KR_{\text{с}}}\frac{du_{\text{эб}}}{dT}. \qquad (2\text{-}117)$$

Выражение (2-117) определяет условие обеспечения независимости постоянной составляющей выходного напряжения усилителя с полевым транзистором от температуры. Для определения возможности его выполнения рассмотрим выражение для температурного изменения напряжения затвор — исток полевого транзистора [Л. 50, 51]. Зависимость тока насыщения полевого транзистора $I_{\text{н}}$ от напряжения на затворе для «пентодной» области его вольт-амперных характеристик имеет вид:

$$I_{\text{н}} = I_{\text{макс}}\left(1 - \frac{u_{\text{з.и}}}{u_0}\right)^2, \qquad (2\text{-}118)$$

где $I_{\text{макс}}$ — значение тока насыщения при напряжении $u_{\text{з.и}} = 0$;

$u_0$ — напряжение отсечки канала полевого транзистора.

Из (2-118) получаем:

$$u_{\text{з.и}} = u_0\left(1 - \sqrt{\frac{I_{\text{н}}}{I_{\text{макс}}}}\right). \qquad (2\text{-}119)$$

Определим величину температурного коэффициента изменения напряжения затвор — исток, считая, что ток насыщения $I_{\text{н}}$ не зависит от температуры.

Дифференцируя (2-119), получаем:

$$\frac{du_{\text{з.н}}}{dT} = \left(1 - \sqrt{\frac{I_{\text{н}}}{I_{\text{макс}}}}\right)\frac{du_0}{dT} + \frac{u_0}{2}\sqrt{\frac{I_{\text{н}}}{I_{\text{макс}}}}\frac{1}{I_{\text{макс}}}\cdot\frac{dI_{\text{макс}}}{dT}. \qquad (2\text{-}120)$$

Подставив в (2-120) значение температурного коэффициента и изменение максимального тока стока, равного $\frac{\alpha I_{\text{макс}}}{dT}\frac{1}{I_{\text{макс}}} = \frac{2}{u_0}\frac{du_0}{dT} - \frac{n}{T}$ [Л. 50], получим уравнение

$$\frac{du_{\text{з.и}}}{dT} = \frac{du_0}{dT} - \frac{u_0 n}{2T}\sqrt{\frac{I_{\text{н}}}{I_{\text{макс}}}}. \qquad (2\text{-}121)$$

Из (2-121) следует, что величина температурного изменения напряжения затвор — исток зависит от температуры, напряжения отсечки, значения тока стока и может быть положительной, отрицательной или равной нулю.

Для рассматриваемого усилителя знак и величина изменения напряжения затвор—исток определяется выражением (2-117). Подставляя из него $\frac{du_{з.и}}{dT}$ в (2-121) и разрешая полученное уравнение относительно $I_н/I_{макс}$, находим:

$$\frac{I_н}{I_{макс}} = \left[ \frac{\left( \frac{du_0}{dT} + \frac{R_и}{R_c K} \frac{du_{эб}}{dT} \right) 2T}{nu_0} \right]^2. \qquad (2\text{-}122)$$

Данное выражение определяет отношение рабочего значения тока стока полевого транзистора к его максимальному значению (приводимому в паспорте прибора), при котором величина температурного изменения постоянной составляющей на выходе усилителя равна нулю. Из (2-122) следует, что указанное отношение в значительной степени зависит от величины напряжения отсечки. Выбор данного параметра оказывает большое влияние на работу усилителя. Действительно, если $u_0$ равно нескольким вольтам, то отношение токов $I_н/I_{макс}$ мало и рабочая точка смещается в нелинейную область входной характеристики транзистора. С другой стороны, если напряжения отсечки $u_0 < 1$ *в*, то отношение $I_н/I_{макс}$ приближается к единице, а смещение затвора $u_{з.и}$ — к нулю. Установление такого режима в рассматриваемом усилителе сложно, так как смещение, создаваемое резистором $R_и$, может превышать требуемое значение, а подача на затвор компенсирующего напряжения от постороннего источника нежелательна вследствие шунтирования цепями смещения входного сопротивления усилителя. Требованиям обеспечения линейности режима усилителя и стабильности его постоянной составляющей отвечают полевые транзисторы с напряжениями отсечки $u_0 = 1—2$ *в*. Экспериментальная проверка показала, что в усилителях с полевыми транзисторами, имеющими проводимость типа *p* и указанные величины напряжения отсечки, величина температурного изменения $u_{вых0}$ имеет порядок 0,1 *мв/град*$^{-1}$ при коэффициенте передачи $K = 1{,}5$.

## 2-7. Стабильность параметров звеньев

Анализ стабильности фильтров различных типов и порядков целесообразно проводить позвенно, используя изолированность звеньев. Это значительно упрощает анализ и не снижает общности получаемых результатов.

При расчете и проектировании фильтров необходимо знать следующее:

границы колебания параметров звеньев при изменении элементов схемы;

условия обеспечения максимальной стабильности параметров.

При этом предполагается, что изменения элементов схемы под воздействием дестабилизирующих факторов известны.

Рассмотрим стабильность собственной частоты, которая для звеньев 1-го и 2-го порядков определяется выражениями

$$\omega_{01} = \frac{1}{R_1 C_1}; \quad \omega_{02} = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}.$$

При малых изменениях элементов $R$ и $C$ уход собственной частоты звеньев может рассматриваться как полный дифференциал от $\omega_0$. Поэтому для звена 1-го порядка имеем:

$$d\omega_{01} = \frac{\partial \omega_{01}}{\partial R_1} dR_1 + \frac{\partial \omega_{01}}{\partial C_1} dC_1,$$

где

$$\frac{\partial \omega_{01}}{\partial R_1} dR_1 = -\frac{1}{R_1 C_1} \frac{dR_1}{R_1} = -\omega_{01} \alpha_{R1};$$

$$\frac{\partial \omega_{01}}{\partial C_1} dC_1 = -\frac{1}{R_1 C_1} \frac{dC_1}{C_1} = -\omega_{01} \alpha_{c_1}.$$

Следовательно, после преобразования получаем:

$$\frac{d\omega_{01}}{\omega_{01}} = -(\alpha_{R1} + \alpha_{c_1}). \qquad (2\text{-}123)$$

Для звеньев 2-го порядка уход частоты составляет:

$$d\omega_{02} = \frac{\partial \omega_{02}}{\partial R_1} dR_1 + \frac{\partial \omega_{02}}{\partial R_2} dR_2 + \frac{\partial \omega_{02}}{\partial C_1} dC_1 + \frac{\partial \omega_{02}}{\partial C_2} dC_2.$$

По аналогии с предыдущими выкладками находим, что

$$\frac{\partial \omega_{02}}{\omega_{02}} = -\frac{1}{2}(\alpha_{R1} + \alpha_{R2} + \alpha_{c_1} + \alpha_{c_2}). \qquad (2\text{-}124)$$

Из (2-123) и (2-124) следует, что для увеличения стабильности собственной частоты звеньев необходимо выбирать элементы с высокой стабильностью или с разными знаками относительных изменений.

Найдем теперь выражения, определяющие стабильность коэффициентов затухания звеньев второго порядка.

а) Звено нижних частот типа ЗНЧ2Н.

Коэффициент затухания его определяется выражением (2-20):

$$2\xi = \delta = \sqrt{\frac{R'}{C'}} + \frac{1}{\sqrt{R'C'}} + (1-K)\sqrt{R'C'}.$$

Величина ухода коэффициента затухания вследствие изменения параметров $R'$, $C'$ и $K$ равна:

$$d\delta = \frac{\partial\delta}{\partial R'}dR' + \frac{\partial\delta}{\partial C'}dC' + \frac{\partial\delta}{\partial K}dK,$$

где

$$\frac{\partial\delta}{\partial R'}dR' = \frac{[(1-K)R'C' + R' - 1]}{2\sqrt{R'C'}}\alpha_{R'};$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial C'}dC' = \frac{[(1-K)R'C' - R' - 1]}{2\sqrt{R'C'}}\alpha_{C'};$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial K}dK = -\sqrt{R'C'}K\alpha'_{к};$$

$$\alpha_{R'} = \frac{dR'}{R'};\ \alpha_{C'} = \frac{dC'}{C'};\ \alpha'_{к} = \frac{dK}{K}.$$

После подстановки частных производных в исходное уравнение и его преобразования получаем:

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{[(1-K)(\alpha_{R'} + \alpha_{C'}) - 2\alpha'_{к}K]R'C' + (\alpha_{R'} - \alpha_{C'})R' - \alpha_{R'} - \alpha_{C'}}{2\delta\sqrt{R'C'}}. \quad (2\text{-}125)$$

Подставляя в (2-125) значение $K$ из (2-20), находим:

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{\delta\sqrt{R'C'}(\alpha_{R'} + \alpha_{C'} + 2\alpha'_{к}) - 2R'C'\alpha'_{к} - 2R'(\alpha_{C'} + \alpha'_{к}) - 2(\alpha_{R'} + \alpha_{C'} + \alpha'_{к})}{2\delta\sqrt{R'C'}}. \quad (2\text{-}126)$$

Выражение (2-126) определяет величину нестабильности коэффициента затухания звена типа ЗНЧ2Н при заданных соотношениях элементов $RC$-цепи $R'$ и $C'$, величинах их нестабильности $\alpha_{R'}$, $\alpha_{C'}$ и нестабильности коэффициента передачи $\alpha'_к$.

Из (2-20) следует, что каждому значению $\delta$ соответствует бесчисленное множество значений $R'$, $C'$ и $K$. Такая свобода выбора значений элементов схемы, свойственная изолированным звеньям, может быть использована для определения величин $R'$ и $C'$ с точки зрения обеспечения максимальной стабильности коэффициента затухания звена. Условием этого служит минимум правой части (2-126) по аргументу $C'$ или $R'$, при выборе которого следует иметь в виду, что наибольшую нестабильность коэффициента затухания вызывают изменения тех элементов, которые включены в цепь обратной связи. В звеньях нижних частот ими являются конденсаторы. Для нахождения оптимального отношения их величин найдем минимум выражения (2-126), дифференцируя его по $C'$:

$$\frac{d\left(\frac{d\delta}{\delta}\right)}{dC'} =$$

$$= \frac{\delta \sqrt{\frac{R'}{C'}} [R' (\alpha_{C'} + \alpha'_к) - R'C'\alpha'_к + \alpha_{R'} + \alpha_{C'} + \alpha'_к]}{4\delta^2 R'C'}.$$

Приравнивая числитель данного выражения нулю и разрешая полученное уравнение относительно $C'$, получаем:

$$C'_{опт} = \left(\frac{C_1}{C_2}\right)_{опт} = \frac{(1 + R')(\alpha_{C'} + \alpha'_к) + \alpha_{R'}}{\alpha'_к R'}. \quad (2\text{-}127)$$

Нетрудно показать, что при $C'_{опт}$ функция (2-126) имеет минимум. Таким образом, выражение (2-127) определяет оптимальное с точки зрения максимальной стабильности коэффициента затухания отношение емкостей $RC$-цепи ЗНЧ2Н.

Ввиду того что в звеньях нижних частот конденсаторы являются элементами цепей обратной связи, изменение которых сильно влияет на стабильность параметров звеньев, проанализируем зависимость коэффициента затухания ЗНЧ2Н от величины конденсаторов $C_1$ и $C_2$.

Перепишем (2-20) в следующем виде:

$$2\xi = \delta = \frac{\left[(1-K)\,C_1 + \frac{R_2}{R_1}\,C_2 + C_2\right]\sqrt{R_2}}{\sqrt{R_1}\sqrt{C_1 C_2}} =$$

$$= (1-K)\sqrt{R'}\,\frac{\sqrt{C_1}}{\sqrt{C_2}} + \left(1+\frac{1}{R'}\right)\sqrt{R'}\,\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}. \qquad (2\text{-}128)$$

Полный дифференциал функции (2-128) равен:

$$d\delta = \frac{\partial\delta}{\partial C_1}\,dC_1 + \frac{\partial\delta}{\partial C_2}\,dC_2,$$

где

$$\frac{\partial\delta}{\partial C_1}\,dC_1 = \frac{\left[(1-K)\sqrt{R'}C_1 - \left(1+\frac{1}{R'}\right)\sqrt{R'}C_2\right]}{2\sqrt{C_1 C_2}}\,\alpha_{c1};$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial C_2}\,dC_2 = \frac{\left[C_2\left(1+\frac{1}{R'}\right)\sqrt{R'} - (1-K)\sqrt{R'}\,C_1\right]}{2\sqrt{C_1 C_2}}\,\alpha_{c2};$$

$$\alpha_{c1} = \frac{dC_1}{C_1};\quad \alpha_{c2} = \frac{dC_2}{C_2}.$$

Следовательно,

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{\left[(1-K)\sqrt{R'}\,C_1 - \left(1+\frac{1}{R'}\right)C_2\sqrt{R'} + \right.}{2\delta\sqrt{C_1 C_2}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\left. + C_2\sqrt{R'}\left(1+\frac{1}{R'}\right)\frac{\alpha_{c2}}{\alpha_{c1}} - (1-K)\sqrt{R'}\,C_1\,\frac{\alpha_{c2}}{\alpha_{c1}}\right]\alpha_{c1}}{}.$$

Подставив в полученное выражение величину $K$ из (2-128) и преобразовав его, находим:

$$\frac{d\delta}{\delta} = \left[\frac{1-\frac{\alpha_{c2}}{\alpha_{c1}}}{2} - \frac{\left(1+\frac{1}{R'}\right)\sqrt{R'}\left(1-\frac{\alpha_{c2}}{\alpha_{c1}}\right)}{\delta}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\right]\alpha_{c1}.$$

Можно показать, что минимальное значение стоящего в скобках выражения имеет место при $R'=1$. Тогда

$$\frac{d\delta}{\delta} = \left[\frac{1-\frac{\alpha_{c2}}{\alpha_{c1}}}{2} - \frac{2\left(1-\frac{\alpha_{c2}}{\alpha_{c1}}\right)}{\delta}\sqrt{\frac{C_2}{C_1}}\right]\alpha_{c1}. \qquad (2\text{-}129)$$

Из (2-129) следует, что величина нестабильности коэффициента затухания равна нулю при $\alpha_{c1}=\alpha_{c2}$. Поэтому для выполнения этого условия необходимо применять конденсаторы, имеющие равные по величине и знаку температурные коэффициенты изменения емкости. При $\alpha_{c2}/\alpha_{c1}>1$ происходит увеличение коэффициента затухания звена и, следовательно, уменьшение его избирательности. С практической точки зрения более целесообразно уменьшение коэффициента затухания звена, так как при том же значении его нестабильности избирательность звеньев повышается. Следовательно, при невозможности выполнения условия $\alpha_{c1}=\alpha_{c2}$ следует стремиться к выполнению соотношения $\alpha_{c2}/\alpha_{c1}<1$.

б) Звено нижних частот типа ЗНЧ2И.

Коэффициент затухания для него определяется выражением (2-25) и может быть представлен в следующем виде:

$$2\xi=\delta=\frac{1}{\sqrt{R'C'}}+(1-K)\sqrt{R'C'},$$

где

$$K=K_1K_2;\ R'=\frac{R_1}{R_2};\ C'=\frac{C_1}{C_2}. \qquad (2\text{-}130)$$

Величина ухода коэффициента затухания вследствие изменения параметров $R'$, $C'$ и $K$ равна

$$d\delta=\frac{\partial\delta}{\partial R'}dR'+\frac{\partial\delta}{\partial C_1}dC_1+\frac{\partial\delta}{\partial K}dK,$$

где

$$\frac{\partial\delta}{\partial R'}dR'=\frac{[(1-K)R'C'-1]}{2\sqrt{R'C'}}\alpha_{R'};$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial C'}dC'=\frac{[(1-K)R'C'-1]}{2\sqrt{R'C'}}\alpha_{c'};$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial K}dK=-\sqrt{R'C'}K\alpha'_{\text{к}}.$$

Отсюда получаем:

$$\frac{d\delta}{\delta}=\frac{(1-K)R'C'(\alpha_{R'}+\alpha_{c'})-2R'C'K\alpha'_{\text{к}}-(\alpha_{R'}+\alpha_{c'})}{2\delta\sqrt{R'C'}}.$$

Подставив в это выражение значение $K$ из (2-130) и произведя преобразование, найдем:

$$\frac{d\delta}{\delta}=\frac{\delta\sqrt{R'C'}\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+2\alpha'_{к})-2R'C'\alpha'_{к}-2\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+\alpha'_{к})}{2\delta\sqrt{R'C'}}. \tag{2-131}$$

Уравнение (2-131) определяет величину нестабильности коэффициента затухания звена типа ЗНЧ2И при выбранных значениях $R'$ и $C'$ и полученном из расчетов значении $\delta$. Сравним (2-126) и (2-131). При $\delta\leqslant 1$ для данных выражений справедливы следующие неравенства:

$$|\delta\sqrt{R'C'}\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+2\alpha'_{к})|<|2R'C'\alpha'_{к}+$$
$$+2R'\,(\alpha_{R'}+\alpha'_{к})+2\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+\alpha'_{к})|;$$
$$|\delta\sqrt{R'C'}\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+2\alpha'_{к})|<|2R'C'\alpha'_{к}+$$
$$+2\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+\alpha'_{к})|.$$

Для равных значений $\delta$, $R'$, $C'$, $\alpha_{R'}$, $\alpha_{c'}$ и $\alpha'_{к}$ правая часть первого неравенства больше правой части второго неравенства на величину $2R'\,(\alpha_{R'}+\alpha'_{к})$. Отсюда следует, что звенья типа ЗНЧ2И потенциально более стабильны, чем звенья ЗНЧ2Н, и их целесообразно применять при малых коэффициентах затухания.

Найдем оптимальное соотношение пассивных элементов звена типа ЗНЧ2И, обеспечивающее минимальную нестабильность его коэффициента затухания. Для этого определим минимум правой части (2-131) по параметру $R'C'$. Дифференцируя (2-131), получаем:

$$\frac{d\left(\frac{d\delta}{\delta}\right)}{d\,(R'C')}=\frac{\frac{1}{\sqrt{R'C'}}\,[2\,(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+\alpha'_{к})-2R'C'\alpha'_{к}]}{4\delta R'C'}. \tag{2-132}$$

Приравнивая числитель (2-132) к нулю и разрешая полученное уравнение относительно $R'C'$, имеем:

$$(R'C')_{опт}=\left(\frac{T_1}{T_2}\right)_{опт}=\frac{\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+\alpha'_{к}}{\alpha'_{к}}. \tag{2-133}$$

Аналогичным способом была проанализирована стабильность коэффициентов затухания ЗВЧ и ПЗ, в результате чего получены следующие результаты:

в) Звено верхних частот типа ЗВЧ2Н.

Коэффициент затухания данного звена определяется выражением

$$2\xi = \delta = \frac{\sqrt{R'}}{\sqrt{C'}} + \sqrt{R'C'} + \frac{(1-K)}{\sqrt{R'C'}}. \qquad (2\text{-}134)$$

Величина нестабильности коэффициента затухания равна:

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{2R'C'(\alpha_{R'} + \alpha_{c'} + \alpha_{к}') -}{2\delta\sqrt{R'C'}} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{-\delta\sqrt{R'C'}(\alpha_{R'} + \alpha_{c'} - 2\alpha'_{к}) + 2R'(\alpha_{R'} - \alpha'_{к}) - 2\alpha'_{к}}{}. \qquad (2\text{-}135)$$

Оптимальное соотношение величин резисторов $RC$-цепи звена составляет:

$$R'_{опт} = \frac{\alpha'_{к}}{(\alpha_{R'} + \alpha'_{к})(1 + C') + C'\alpha_{c'}}. \qquad (2\text{-}136)$$

г) Звено верхних частот типа ЗВЧ2И и полосовое звено типа ПЗИ. Коэффициенты затухания данных звеньев определяются выражением

$$2\xi = \delta = \sqrt{R'C'} + \frac{(1-K)}{\sqrt{R'C'}}. \qquad (2\text{-}137)$$

Величина нестабильности коэффициента затухания равна

$$\frac{d\delta}{\delta} =$$

$$= \frac{2R'C'(\alpha_{R'} + \alpha_{c'} - \alpha'_{к}) - \delta\sqrt{R'C'}(\alpha_{R'} + \alpha_{c'} - 2\alpha'_{к}) - 2\alpha'_{к}}{2\delta\sqrt{R'C'}} \qquad (2\text{-}138)$$

Оптимальное соотношение постоянных времени секции $RC$-цепей звеньев определяется выражением

$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)_{опт} = \frac{\alpha'_{к}}{\alpha_{R'} + \alpha_{c'} + \alpha'_{к}}. \qquad (2\text{-}139)$$

д) Полосовое звено типа ПЗН.

Коэффициент затухания звена имеет следующее выражение:

$$2\xi = \delta = \frac{1}{\sqrt{R'C'}} + \sqrt{R'C'} + (1-K)\frac{\sqrt{C'}}{\sqrt{R'}}. \qquad (2\text{-}140)$$

Величина нестабильности коэффициента затухания равна:

$$\frac{d\delta}{\delta} =$$

$$= \frac{2R'C'(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}-\alpha'_к) - \delta\sqrt{R'C'}(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}-2\alpha'_к) - 2\alpha'_к C' - 2\alpha'_к}{2\delta\sqrt{R'C'}}. \quad (2\text{-}141)$$

Оптимальные соотношения элементов $RC$-цепи звена определяются выражениями

$$C'_{опт} = \frac{\alpha'_к}{R'(\alpha_{R'}+\alpha_{c'}) + (1+R')\alpha'_к}; \quad (2\text{-}142)$$

$$R'_{опт} = \frac{\alpha'_к + \frac{\alpha'_к}{C'}}{\alpha'_к + \alpha_{c'} + \alpha_{R'}}. \quad (2\text{-}143)$$

Сравнения величин нестабильности, полученных для полосовых звеньев и звеньев верхних частот с неизолированными и изолированными секциями $RC$-цепей, показывают, что при равных условиях звенья типа ЗВЧ2И и ПЗИ имеют большую стабильность. Поэтому их следует применять для реализации малых коэффициентов затухания.

*ГЛАВА ТРЕТЬЯ*

# МЕТОДИКА ИНЖЕНЕРНОГО РАСЧЕТА АКТИВНЫХ $RC$-ФИЛЬТРОВ. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПРОЕКТИРОВАНИЮ И НАСТРОЙКЕ

## 3-1. Общие положения

В предыдущих главах были получены количественные соотношения, необходимые для выбора и расчета фильтров требуемых типов. В данной главе на основании этих материалов излагается методика расчета ФНЧ, ФВЧ, широкополосных ПФ с перестраиваемыми частотами среза и узкополосных ПФ с фиксированной настройкой. Методика расчета для каждого вида фильтров излагается отдельно.

Исходными данными для расчета служат технические требования, которые должны содержать следующие пункты:

1. Для ФНЧ и ФВЧ:

частоты среза $f_1$ или $f_{-1}$ в герцах;

значение неравномерности АЧХ в полосе пропускания, выраженное в линейных или логарифмических относительных единицах;

ширина переходной полосы, определяемая величиной нормированной частоты задерживания $\Omega_з$ или $\Omega_{-з}$;

величина затухания в полосе задерживания (на частоте задерживания).

2. Для ПФ:

средняя частота $f_с$ в герцах;

ширина полосы пропускания $\Delta f$ в герцах;

значение неравномерности АЧХ в полосе пропускания.

3. Для широкополосных ПФ с перестраиваемыми частотами среза величины переходных полос и затуханий на частотах задерживания со стороны нижних и верхних частот.

4. Для узкополосных ПФ с фиксированной настройкой — значения коэффициентов прямоугольности $K_п$ с указанием уровней затухания, на которых отсчитываются полосы пропускания.

В исходных данных для всех видов фильтров должны указываться условия эксплуатации. При этом следует прежде всего отмечать факторы, наиболее сильно влияющие на стабильность величин пассивных элементов $RC$-цепей и коэффициентов передачи усилителей. Эти сведения необходимы для определения возможных отклонений величин $R$, $C$ и $K$ в условиях эксплуатации и нахождения оптимальных условий обеспечения стабильности характеристик фильтров.

Начальным этапом проектирования фильтра является выбор вида аппроксимации и определение порядка аппроксимирующей функции. При выборе вида аппроксимации приходится руководствоваться многими соображениями, в том числе требованиями к избирательности фильтра и возможности ее реализации при минимальном числе активных элементов, допустимыми фазовыми искажениями, необходимостью перестройки частот среза и изменения полосы пропускания, обеспечением требуемой стабильности характеристик фильтра

в заданных эксплуатационных условиях и т. д. Некоторые требования оказываются противоречивыми, и для их удовлетворения необходимо принимать компромиссные решения. Это затрудняет формулировку рекомендаций по выбору вида аппроксимации в общем виде, поэтому ответ на данный вопрос следует искать, рассматривая конкретные требования, предъявляемые к фильтру.

Важнейшим параметром аппроксимирующих функций является их порядок, который для заданных величин $d_c$, $d_з$ и $\Omega_з$ определяется условиями (1-16), (1-41) и (1-68). Нахождение порядка аппроксимации более просто осуществляется графическим путем с использованием диаграмм, содержащих графики зависимости аппроксимирующих функций от $\Omega_з$, а также от величин $a_1$ и $a_з$. Найдем данные зависимости для рассмотренных видов аппроксимаций. Для максимально гладкой аппроксимирующей функции из (1-12) получаем:

$$\Omega^{2n} = \frac{1}{W^2(\Omega)} - 1. \qquad (3\text{-}1)$$

Так как

$$10 \lg \frac{1}{W^2(\Omega)} = a, \text{ то } \frac{1}{W^2(\Omega)} = 10^{0,1a}. \qquad (3\text{-}2)$$

Подставляя (3-2) в (3-1), находим:

$$\Omega^{2n} = 10^{0,1a} - 1 \text{ или } \Omega^n = [10^{0,1a} - 1]^{\frac{1}{2}}. \qquad (3\text{-}3)$$

Для границ полос пропускания ($\Omega_1 = 1$) и задерживания ($\Omega = \Omega_з$) справедливо следующее отношение уровней затухания:

$$\frac{\Omega_з^n}{\Omega_1^n} = \left[\frac{10^{0,1a_з} - 1}{10^{0,1a_1} - 1}\right]^{1/2} = \Omega_з^n,$$

откуда

$$2n \lg \Omega_з = \lg \left[\frac{10^{0,1a_з} - 1}{10^{0,1a_1} - 1}\right]. \qquad (3\text{-}4)$$

Данное уравнение положено в основу диаграммы, изображенной на рис. 3-1. На правой половине рисунка представлены графики зависимости $2n \lg \Omega_з$ от величи-

ны нормированной частоты задерживания $\Omega_з$ для десяти значений $n$. На другой половине рисунка даны графики правой части уравнения (3-4) для значений неравномерности частотных характеристик в полосе пропускания $a_1=0{,}1$; 0,2; 0,3; 0,5; 1, 2 и 3 *дб*.

Искомая величина порядка аппроксимации $n$ должна удовлетворять обеим частям уравнения (3-4), поэтому определение $n$ производится методом графическо-

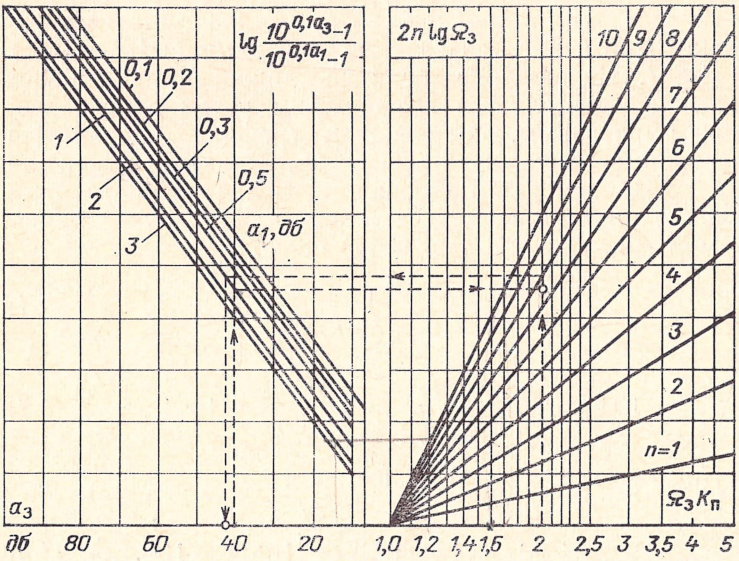



Рис. 3-1. Диаграмма для определения параметров максимально плоских аппроксимирующих функций.

го решения. Допустим, требуется определить порядок баттервортовского фильтра нижних частот, удовлетворяющего требованиям $a_1=1$ *дб*, $\Omega_з=2$ и $a_з \geqslant 40$ *дб*.

На диаграмме из точки $a_з=40$ *дб* проводим перпендикуляр до пересечения с графиком, соответствующим $a_1=1$ *дб*, затем проводим горизонтальную прямую до пересечения с перпендикуляром, восстановленным из точки $\Omega_з=2$. Для рассматриваемого примера пересечение данных линий произошло между графиками, построенными для значений $n$, равных 7 и 8. Так как число $n$ должно быть целым, то берем ближайшее большее значение, т. е. $n=8$.

Данная диаграмма позволяет определить любой из четырех параметров, характеризующих избирательность фильтра $a_1$, $a_3$, $\Omega_3$ и $n$, если известны остальные три.

Для равноволновой аппроксимации зависимость между параметрами $a_1$, $a_3$, $\Omega_3$ и $n$ получаем из (1-37):

$$\frac{1}{W^2(\Omega)} - 1 = \varepsilon^2 V_n^2(\Omega), \tag{3-5}$$

откуда с учетом (3-2) находим:

$$\varepsilon^2 V_n^2(\Omega) = 10^{0,1a} - 1 \text{ или } \operatorname{ch} n \operatorname{arch} \Omega = \left[\frac{10^{0,1a} - 1}{\varepsilon^2}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3-6}$$

Для границ полос пропускания ($\Omega_1 = 1$) и задерживания ($\Omega = \Omega_3$) справедливо следующее отношение:

$$\frac{V_n^2(\Omega_3)}{V_n^2(1)} = \frac{10^{0,1a_3} - 1}{10^{0,1a_1} - 1}.$$

Так как полиномы Чебышева для $\Omega = 1$ при всех значениях $n$ равны единице, т. е. $V_n(1) = 1$, то

$$\left[\frac{10^{0,1a_3} - 1}{10^{0,1a_1} - 1}\right]^{1/2} = V_n(\Omega_3),$$

откуда

$$2 \lg V_n(\Omega_3) = \lg\left[\frac{10^{0,1a_3} - 1}{10^{0,1a_1} - 1}\right]. \tag{3-7}$$

По данному уравнению построена диаграмма для определения параметров чебышевских фильтров (рис. 3-2). Смысловое значение графиков, их расположение на рисунке, а также правила нахождения параметров по данной диаграмме те же, что и в случае максимально плоской аппроксимации.

Уравнение, определяющее зависимость между параметрами $a_1$, $a_3$, $\Omega_3$ и $n$ фильтров класса $L$, имеет следующий вид:

$$\lg L_n\left(\Omega = \frac{2}{3}\right) = \lg\left[\frac{10^{0,1a_3} - 1}{10^{0,1a_1} - 1}\right]. \tag{3-8}$$

По данному уравнению построена диаграмма (рис. 3-3). Правила определения порядка аппроксима-

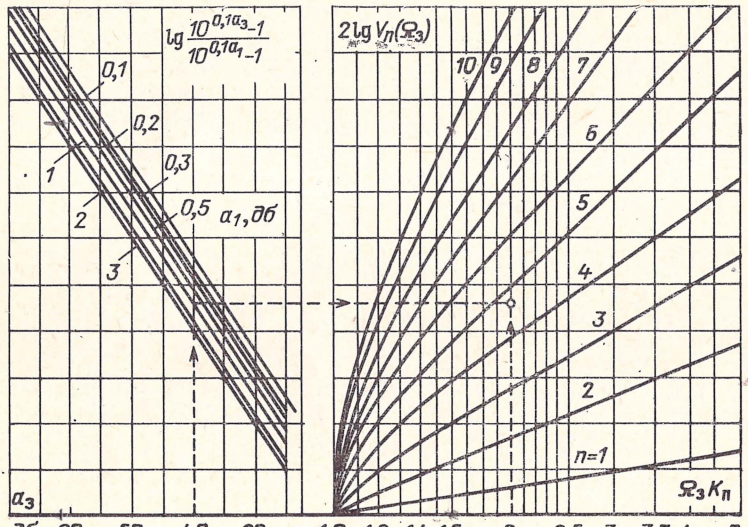



Рис. 3-2. Диаграмма для определения параметров равноволновых аппроксимирующих функций.

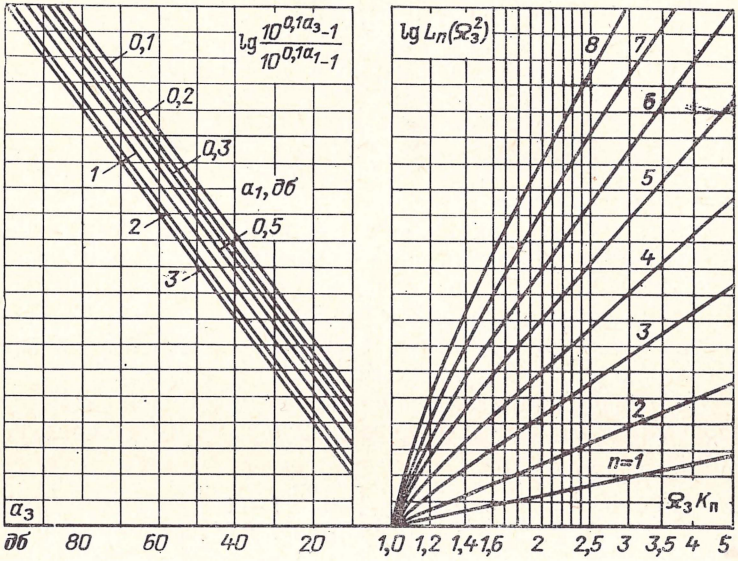



Рис. 3-3. Диаграмма для определения параметров аппроксимирующих функций класса $L$.

ции и других параметров фильтров класса $L$ аналогичны рассмотренным для баттервортовских и чебышевских фильтров.

### 3-2. Расчет активных $RC$-фильтров нижних частот

Расчет ФНЧ для всех видов аппроксимации выполняется в следующем порядке:

1. По значениям неравномерности АЧХ в полосе пропускания $a_1$, затухания в полосе задерживания $a_3$ и величине относительной частоты задерживания $\Omega_3$ с помощью одной из номограмм (рис. 3-1—3-3) определяется степень аппроксимирующего полинома. В тех случаях, когда заданное значение $a_1$ отличается от приведенных в диаграммах, следует пользоваться формулами (1-16), (1-41) и (1-68).

2. Для найденного значения $n$ определяются величины полюсов аппроксимирующей функции и рассчитываются параметры звеньев фильтра.

Для максимально плоской аппроксимации значения полюсов определяются по формуле

$$p_k = \rho(-\sigma_k \pm j\omega_k), \qquad (3\text{-}9)$$

где $\sigma_k$ и $j\omega_k$ — действительные и мнимые части полюсов, взятые из табл. 4, а коэффициент $\rho$, учитывающий неравномерность в полосе пропускания, равен:

$$\rho = \sqrt[2n]{\frac{d_1^2}{1-d_1^2}}. \qquad (3\text{-}10)$$

Значения коэффициента $\rho$, рассчитанные для величин неравномерности в полосе пропускания $a_1 = 20 \lg d_1$, равных 0,5; 1; 2 и 3 *дб*, и порядков аппроксимации от 2 до 10, сведены в табл. 15.

Полюсы чебышевских аппроксимирующих функций для значений неравномерности $a_1 = 0{,}1$; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 1, 2 *дб* и степеней аппроксимации $n$ от 2 до 10 находятся по табл. 6-12. Для иных значений $a$ и $n$ полюсы определяются по формуле (1-36).

Аналитические зависимости для определения полюсов аппроксимирующих функций класса $L$ отсутствуют, поэтому полюсы данных функций для $a_1 = 3$ *дб* и $n = 3 \div 8$ находятся по табл. 14, а для иных значений параметров рассчитываются по методике, рассмотренной в § 1-4.

*Таблица 15*

*Значения коэффициента* $\rho$

| Значение $a_1$, дб | Порядок аппроксимирующего полинома $n$ | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 0,5 | 1,691 | 1,419 | 1,300 | 1,234 | 1,192 | 1,162 | 1,141 | 1,124 | 1,111 |
| 1,0 | 1,401 | 1,252 | 1,183 | 1,144 | 1,119 | 1,101 | 1,090 | 1,078 | 1,069 |
| 2,0 | 1,142 | 1,093 | 1,069 | 1,054 | 1,045 | 1,038 | 1,033 | 1,030 | 1,027 |
| 3,0 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |

После определения полюсов находятся величины параметров звеньев — собственные частоты и коэффициенты затухания. В соответствии с (1-25) собственные частоты звеньев выражаются через действительные и мнимые части полюсов следующим образом:

$$\omega_{0k} = \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}.$$

Для максимально плоской аппроксимации данное выражение имеет вид:

$$\omega_{0k} = \rho \sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}. \qquad (3\text{-}11)$$

Радикал в (3-11) представляет собой радиус окружности, на которой размещены полюсы максимально плоской функции. Так как этот радиус всегда равен единице, то получаем:

$$\omega_{0k} = \rho. \qquad (3\text{-}12)$$

Формулы (1-25) и (3-12) определяют величины собственных частот звеньев, нормированные относительно частоты среза ФНЧ $\omega_1$.

Коэффициенты затухания звеньев в соответствии с (1-26) определяются следующим образом:

$$\xi_k = \frac{|\sigma_k|}{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}. \qquad (3\text{-}13)$$

Для звеньев баттервортовских фильтров при $\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2} = 1$ соответственно получаем:

$$\xi_k = |\sigma_k|.$$

3. После расчета параметров звеньев выбирается схема фильтра и определяются типы звеньев. При этом надо иметь в виду, что в фильтрах невысоких порядков следует применять звенья типа ЗНЧ2Н, обеспечивающие достаточно высокую стабильность параметров и имеющие меньшее число активных элементов. Последние предпочтительны также в схемах ФНЧ со стабильным уровнем постоянной составляющей (§ 2-6) и в тех случаях, когда фильтр содержит звенья с малыми коэффициентами затухания и сравнительно близкими значениями собственных частот. Рассмотрим методику расчета звеньев выбранных типов.

### Расчет элементов звеньев нижних частот с неизолированными секциями *RC*-цепи (ЗНЧ2Н).

Суммарная величина резисторов $R_1+R_2$ звена (рис. 2-4) определяется, исходя из допустимого изменения собственной частоты звена $\Delta\omega_0/\omega_0$, известных величин входного сопротивления усилителя $R_{вх}$ и его нестабильности $\Delta R_{вх}/R_{вх}$. Преобразовывая (2-18), получаем формулу, определяющую для данного звена соотношение между величинами $R_1+R_2$ и $R_{вх}$:

$$R_1+R_2\leqslant\frac{\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}}{\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}+\frac{1}{2}\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}}R_{вх}. \qquad (3\text{-}14)$$

Величина нестабильности входного сопротивления транзисторного усилителя может быть найдена из (2-64). Пренебрегая слагаемым $R_э(1+K_{i1})$ вследствие его малости и дифференцируя (2-64), получаем:

$$\alpha_{вх}=\frac{dR_{вх1}}{dT}\frac{1}{R_{вх1}}\approx\alpha_{i_1}+\alpha_{i_2}. \qquad (3\text{-}15)$$

Величины температурных коэффициентов изменения $K_{i1}$ и $K_{i2}$ были получены в § 2-5. Подставляя их значения в (3-15), находим $\alpha_{вх}\approx 1\%$ *град*$^{-1}$. Для диапазона температур $\Delta T$, соответствующего условиям эксплуатации, нестабильность входного сопротивления определяется как

$$\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}=\alpha_{вх}\Delta T. \qquad (3\text{-}16)$$

Таким образом, исходя из допустимой величины изменения $\omega_0$ вследствие нестабильности входного сопротивления, по формуле (3-14) определяем величины резисторов $RC$-цепи.

При использовании в ЗНЧ усилителей на лампах или полевых транзисторах с входными сопротивлениями порядка $10^9$ *ом* величины резисторов, определенных по (3-14), могут достигать десятков мегом. Включение их в цепь сетки или затвора повышает чувствительность фильтра к электромагнитным наводкам, влияет на режим усилителя по постоянному току и снижает его стабильность. Кроме того, резисторы с такими номиналами имеют большие э. д. с. шумов, что увеличивает и без того значительные в диапазоне инфранизких частот собственные шумы усилителей. По этим соображениям суммарную величину резисторов $R_1+R_2$ для усилителей с лампами и полевыми транзисторами выше 10 *Мом* брать не следует.

Большое значение для обеспечения стабильности параметров звеньев имеет выбор типов элементов $RC$-цепей и особенно типа конденсаторов, являющихся в ЗНЧ элементами цепи обратной связи. Это связано с тем, что на инфранизких частотах в звеньях с транзисторными усилителями требуются конденсаторы с емкостью от нескольких десятых долей до единиц микрофарад.

В § 2-7 проанализирована нестабильность собственной частоты звена, которая, как следует из (2-124), пропорциональна сумме нестабильностей емкостей и на границах температурного диапазона $\pm 60$ °С при использовании бумажных конденсаторов равна нескольким процентам.

Такой уход собственных частот звеньев в широкополосных фильтрах еще допустим, но изменения емкостей $C_1$ и $C_2$ разных знаков приводят к большим изменениям коэффициентов затухания и сильной деформации частотной характеристики фильтра. Компромиссным решением этого вопроса является обеспечение стабильности коэффициентов затухания, так как одинаковые изменения величин $\omega_0$ приводят к сдвигу частотной характеристики при сохранении ее формы. Очевидно, что условием стабильности коэффициентов затухания является равенство по знаку и абсолютной величине температурных коэффициентов изменения емкостей (ТКЕ) конденсаторов $C_1$ и $C_2$. Поэтому в ЗНЧ следует избе-

гать применения конденсаторов, не имеющих определенного знака температурного коэффициента.

К стабильности резисторов $RC$-цепей ЗНЧ предъявляются меньшие требования, так как коэффициенты затухания данных звеньев менее чувствительны к изменению их величин. Поэтому в ЗНЧ могут применяться, как правило, резисторы группы общего назначения.

Приведенные соображения служат основой для выбора типов усилителей, конденсаторов и резисторов, для которых по справочным и экспериментальным данным находятся величины нестабильности, соответствующие конкретным условиям эксплуатации:

$$\alpha_{R'} = \frac{dR'}{R'}; \quad \alpha_{C'} = \frac{dC'}{C'}; \quad \alpha'_{K} = \frac{dK}{K}.$$

На основании их по формуле (2-127) определяется оптимальное отношение величин конденсаторов $C_1$ и $C_2$. Для нахождения $C'_{опт}$ необходимо задаться величиной $R'$. Анализ показывает, что при $R'=1$, т. е. при $R_1=R_2$, величины конденсаторов получаются наименьшими. В этом случае формула (2-127) будет иметь вид:

$$C_{опт} = \left(\frac{C_1}{C_2}\right)_{опт} = \frac{2(\alpha_{C'} + \alpha'_{K}) + \alpha_{R'}}{\alpha'_{K}}. \qquad (3\text{-}17)$$

Зная $R'$, $C'$, $\omega_0$ и $\xi$, рассчитываем значения конденсаторов, резисторов и коэффициента передачи усилителя звена. Учитывая, что $\omega_0 = 2\pi f_0$, и выражая собственные частоты звеньев через $R'$ и $C'$, получаем:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_2 C_2 \sqrt{R'C'}},$$

откуда, полагая $R_1 = R_2$, находим:

$$C_2 = \frac{1}{2\pi f_0 R_2 \sqrt{C'}}; \quad C_1 = C_2 C'. \qquad (3\text{-}18)$$

Значение коэффициента передачи усилителя звена для заданных величин $\xi$, $R'$ и $C'$ рассчитывается по формуле

$$K = 1 + \frac{2}{C'} - \frac{2\xi}{\sqrt{C'}}. \qquad (3\text{-}19)$$

При $K>1$ величины резисторов обратной связи усилителей (рис. 2-24, 2-28 и 2-32) вычисляются как

$$R_0=R(K-1), \qquad (3\text{-}20)$$

где под $R$ подразумеваются эмиттерный, катодный или истоковый резисторы соответствующих схем усилителей.

### Расчет элементов звена нижних частот с изолированными секциями $RC$-цепи (ЗНЧ2И)

Величины резисторов $R_1$ и $R_2$ $RC$-цепи звена (рис. 2-7) рассчитываются по заданной величине допустимого изменения собственной частоты звена и известным величинам входных сопротивлений усилителей и их нестабильности.

Полагая в (2-23а) $R_1=R_2$ и преобразовывая его, получаем формулу, определяющую соотношение между величинами $R_1$, $R_2$ и $R_{вх}$ для звена типа ЗНЧ2И:

$$R_{1,2}\leqslant\left[\frac{2-\gamma'_1+\sqrt{(\gamma'_1-2)^2+4(\gamma'_1-1)}}{2(\gamma'_1-1)}\right]R_{вх}, \qquad (3\text{-}21)$$

где

$$\gamma'_1=\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}\Big/\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}.$$

Значение нестабильности входного сопротивления транзисторного усилителя определяется по (3-15) и (3-16). Для усилителей с лампами и полевыми транзисторами величины резисторов $R_1$ и $R_2$, как и в звене ЗНЧ2Н, следует брать не более 10 *мом*.

Типы элементов $RC$-цепи звена ЗНЧ2И выбираются на основе требований, сформулированных для звена ЗНЧ2Н. Для применяемых усилителей и пассивных элементов в соответствии с заданными условиями эксплуатации находятся величины $\alpha_{R'}$, $\alpha_{C'}$ и $\alpha'_к$, на основании чего по (2-133) находится оптимальное соотношение емкостей $C_1$ и $C_2$:

$$\left(\frac{C_1}{C_2}\right)_{опт}=\frac{\alpha_{R'}+\alpha_{C'}+\alpha'_к}{\alpha'_к}.$$

По величинам $R'$, $C'$ и параметрам звена $\omega_{0к}$ и $\xi_к$ находим значения пассивных элементов схемы и коэффициентов передачи усилителей.

Ввиду идентичности выражений для собственных частот звеньев ЗНЧ2Н и ЗНЧ2И расчет элементов $RC$-це-

пи последнего производится в соответствии с (3-18). Для заданных $\xi$, $R'$ и $C'$ коэффициент передачи усилителей звена рассчитывается по формуле

$$K = 1 + \frac{1}{C'} - \frac{2\xi}{\sqrt{C'}}. \qquad (3\text{-}22)$$

Этот коэффициент передачи обеспечивается двумя усилителями. При условии, что коэффициенты передачи обоих усилителей звена одинаковые, их величины определяются по формуле

$$K_1 = K_2 = \sqrt{K}.$$

При $K_1$ и $K_2 > 1$ величины резисторов обратной связи усилителей определяются согласно (3-20).

Рассмотрим некоторые примеры применения вышеизложенной методики.

**Пример 1.** Рассчитать баттервортовский ФНЧ, отвечающий следующим требованиям:

частота среза $f_1 = 10$ *гц*;
неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_1 \leqslant 1$ *дб*;
нормированная частота затухания $\Omega_3 = 2$;
затухание в полосе задерживания $a_3 \geqslant 30$ *дб*;
температура окружающей среды 20—60 °С.

Расчет.

По номограмме рис. 3-1 находим порядок максимально плоской аппроксимирующей функции, который для значений $a_1 = 1$ *дб*, $a_3 = 30$ *дб* и $\Omega_3 = 2$ равен $n = 6$.

В соответствии с табл. 15 коэффициент $\rho$ для $a_1 = 1$ *дб* и $n = 6$ равен

$$\rho = 1{,}119.$$

Из табл. 4 для $n = 6$ выписываем значения полюсов:

$$p_{1,2} = -0{,}9659 \pm j0{,}2588;$$

$$p_{3,4} = -0{,}7071 \pm j0{,}7071;$$

$$p_{5,6} = -0{,}2588 \pm j0{,}9659.$$

Так как $n = 6$, то фильтр реализуется тремя звеньями второго порядка.

Найдем параметры этих звеньев. При максимально плоской аппроксимации собственные частоты равны, поэтому в соответствии с (3-12) получаем:

$$\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_{03} = \rho = 1{,}119.$$

По (3-13) определяем величины коэффициентов затухания звеньев:

$$\xi_1 = |\sigma_1| = 0{,}9659, \quad \xi_2 = |\sigma_2| = 0{,}7071, \quad \xi_3 = |\sigma_3| = 0{,}2588.$$

Для реализации фильтра берем звенья типа ЗНЧ2Н. Рассчитаем величины элементов $RC$-цепей и значения коэффициентов передачи

усилителей звеньев, в которых применим бумажные конденсаторы и транзисторные усилители.

Анализ выражения (2-126) показывает, что в звеньях с большими коэффициентами затухания при одинаковых требованиях к стабильности $\xi$ допустима меньшая стабильность элементов схемы. С этой точки зрения в первом и втором звеньях фильтра целесообразно применение двухкаскадных усилителей (рис. 2-24). Это позволяет упростить схему ФНЧ без снижения стабильности ее характеристик. В третьем звене, имеющем меньший коэффициент затухания, следует применить трехкаскадный усилитель, обеспечивающий большую стабильность параметров звена.

Определим суммарную величину резисторов $RC$-цепей звеньев, исходя из величины допустимого изменения собственных частот. Допустимое изменение величины $\omega_0$ в заданном диапазоне температур принимаем равным $\Delta\omega_0/\omega_0=0{,}03$. Анализ стабильности входных сопротивлений двух- и трехкаскадных транзисторных усилителей показывает, что средние величины температурных коэффициентов изменения $R_{вх}$ этих усилителей составляют 1 и 1,5% *град*$^{-1}$ соответственно. Таким образом, для заданного диапазона изменения температуры окружающей среды $\Delta t=40$ °С в соответствии с (3-16) получаем:

для двухкаскадного усилителя $\Delta R_{вх}/R_{вх}=0{,}4$;

для трехкаскадного $\Delta R_{вх}/R_{вх}=0{,}6$.

Считая их входные сопротивления равными 1,5 и 3 *Мом*, найдем суммарные величины резисторов $RC$-цепей звеньев. Для указанных выше величин нестабильности $\omega_0$ и $R_{вх}$ в соответствии с (3-14) находим:

для I и II звеньев $R_{11}+R_{21}=R_{12}+R_{22}=0{,}13\cdot 1{,}5\cdot 10^6=195$ *ком*;

для III звена $R_{13}+R_{23}=0{,}09\cdot 3\cdot 10^6=270$ *ком*.

Первая цифра индекса означает номер резистора по схеме звена (рис. 2-4), а вторая — номер звена рассчитываемого фильтра.

Округляя полученные значения, принимаем суммарную величину резисторов для всех звеньев равной 200 *ком*. В качестве элементов $RC$-цепей звеньев выбираем резисторы типа УЛИ с ТКС $(0{,}05\div 0{,}1)\cdot 10^{-2}$ *град*$^{-1}$ и конденсаторы типа К4ОУ-9 с ТКЕ $0{,}1\times\times 10^{-2}$ *град*$^{-1}$. Близкие абсолютные величины и противоположные знаки температурных коэффициентов данных деталей повышают стабильность собственных частот звеньев.

Определим оптимальные соотношения величин резисторов и конденсаторов, обеспечивающих наилучшую стабильность коэффициентов затухания звеньев. С этой целью найдем температурные изменения величин $C'=C_1/C_2$, $R'=R_1/R_2$ и коэффициента передачи усилителя $K$. Величина $\alpha_{c'}$ может быть выражена через относительные изменения емкостей конденсаторов $C_1$ и $C_2$ следующим образом:

$$\alpha_{c'}=\frac{1+\dfrac{\Delta C_1}{C_1}}{1+\dfrac{\Delta C_2}{C_2}}-1. \qquad (3\text{-}23)$$

В идеальном случае при равных относительных изменениях емкостей $C_1$ и $C_2$ величина $\alpha_{c'}=0$. Однако реальные конденсаторы имеют определенный разброс величин ТКЕ, который можно характеризовать некоторой областью возможных значений $\Delta C/C$, зависящих от температуры. Как следует из справочных данных и резуль-

татов эксперимента, верхняя граница данной области для конденсаторов типа К40У-9 определяется максимальным ТКЕ, равным 0,1% *град*$^{-1}$, а нижняя — примерно вдвое меньшим значением. Если рассматривать наихудший с точки зрения стабильности коэффициента затухания случай, то относительные изменения емкостей $C_1$ и $C_2$ будут различаться вдвое. Для заданного диапазона температур наибольшее изменение емкости равно $\Delta C/C=0{,}04$. Рассматривая два возможных случая: $\Delta C_1/C_1=0{,}04$, $\Delta C_2/C_2=0{,}02$ и $\Delta C_2/C_2=0{,}04$, $\Delta C_1/C_1=0{,}02$, по (3-23) находим, что $|\alpha_{c'}|\approx 0{,}02$.

Резисторы имеют значительно меньший разброс величины ТКС. Для резисторов типа УЛИ он пренебрежимо мал, поэтому значение температурного изменения $R'$ можно принять равным нулю, т. е. $\alpha_{R'}=0$.

Определим теперь температурный уход коэффициентов передачи усилителей $\alpha'_к$. Температурный коэффициент изменения величины для двухкаскадного усилителя определяется выражением (2-71). При $R_{г.экв}=200$ *ком* ТКК усилителя, рассчитанного по (2-71), имеет величину $\alpha_к\approx 0{,}09\%$ *град*$^{-1}$. Тогда

$$\alpha'_{к1,2}=\alpha_к\Delta t=9\cdot 10^{-4}\cdot 40=0{,}036.$$

ТКК трехкаскадного усилителя при $R_{г.экв}=200$ *ком* имеет величину $\alpha_к=0{,}03\%$ *град*$^{-1}$. Следовательно, температурный уход его коэффициента передачи равен

$$\alpha'_{к3}=\alpha_к\Delta t=3\cdot 10^{-4}\cdot 40=0{,}012.$$

Подставляя найденные значения $\alpha_{c'}$, $\alpha_{R'}$ и $\alpha'_к$ в (3-17), находим: для I и II звеньев с двухкаскадными усилителями

$$C'_{опт}=2+2\frac{\alpha_{c'}}{\alpha'_{к1,2}}=2+2\frac{0{,}02}{0{,}036}\approx 3;$$

для III звена с трехкаскадным усилителем

$$C'_{опт3}=2+2\frac{\alpha_{c'}}{\alpha'_{к3}}=2+2\frac{0{,}02}{0{,}012}\approx 5.$$

Определим величины коэффициентов передачи усилителей:
для I звена

$$K_1=1+\frac{2}{C'_{1,2}}-\frac{2\xi_1}{\sqrt{C'_{1,2}}}=1+\frac{2}{3}-\frac{1{,}9318}{1{,}73}=0{,}55;$$

для II звена

$$K_2=1+\frac{2}{C'_{1,2}}-\frac{2\xi_2}{\sqrt{C'_{1,2}}}=1+\frac{2}{3}-\frac{1{,}4142}{1{,}73}=0{,}85;$$

для III звена

$$K_3=1+\frac{2}{C'_3}-\frac{2\xi_3}{\sqrt{C'_3}}=1+\frac{2}{5}-\frac{0{,}5176}{2{,}24}=1{,}17.$$

При оптимальном значении $C'_{опт}$ коэффициенты передачи усилителей I и II звеньев меньше единицы, т. е. напряжение обратной связи должно сниматься с части эмиттерных сопротивлений усилителей. Выходное сопротивление усилителя по цепи обратной связи в этом случае существенно возрастает и влияет на величины пара-

метров звена. следовательно, такой способ установки коэффициентов передачи является нежелательным. Поэтому при расчете элементов $RC$-цепей звеньев с коэффициентами затухания, меньшими единицы, целесообразно исходить из $K=1$.

Пересчитаем для этого случая величины элементов $RC$-цепей I и II звеньев.

Величина $C'$, выраженнаая через $\xi$, при $K=1$ определяется из (3-19) следующим образом:

$$C' = \frac{1}{\xi_k^2}.$$

Тогда для I звена получаем:

$$C'_1 = \frac{1}{\xi^2} = \frac{1}{(0{,}9659)^2} = 1{,}072,$$

$$R_{11} = R_{22} = 100 \text{ ком}.$$

Найдем величины емкостей, исходя из значений собственных частот звеньев. Определенные выше значения $\omega_0$ нормированы относительно частоты среза фильтра. Переход от относительных значений собственных частот к абсолютным осуществляется по формулам $\omega_0 = \rho\omega_1$ или $f_0 = \rho f_1$.

Для рассматриваемого примера собственные частоты звеньев:

$$f_{01} = f_{02} = f_{03} = \rho f_1 = 1{,}119 \cdot 10 \text{ гц} = 11{,}19 \text{ гц}.$$

Таким образом, для I звена находим:

$$C_{21} = \frac{1}{2\pi f_{01} R_{21} \sqrt{C'_1}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 11{,}19 \cdot 100 \cdot 10^3 \sqrt{1{,}072}} = 0{,}137 \text{ мкф};$$

$$C_{11} = C_{21} C'_1 = 0{,}137 \cdot 1{,}072 = 0{,}147 \text{ мкф}.$$

Рассчитаем элементы II звена:

$$C'_2 = \frac{1}{\xi_2^2} = \frac{1}{(0{,}7071)^2} = 2;$$

$$R_1 = R_2 = 100 \text{ ком};$$

$$C_{22} = \frac{1}{2\pi f_{02} R_{22} \sqrt{C'_2}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 11{,}19 \cdot 100 \cdot 10^3 \cdot \sqrt{2}} = 0{,}102 \text{ мкф};$$

$$C_{12} = C_{22} C'_2 = 0{,}12 \cdot 2{,}0 = 0{,}204 \text{ мкф}.$$

Элементы III звена определяются аналогичным образом:

$$R_{13} = R_{23} = 100 \text{ ком};$$

$$C_{23} = \frac{1}{2\pi f_{03} R_{23} \sqrt{C'_3}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 11{,}19 \cdot 100 \cdot 10^3 \sqrt{5}} = 0{,}0637 \text{ мкф};$$

$$C_{13} = C_{23} C'_3 = 0{,}0637 \cdot 5 = 0{,}318 \text{ мкф}.$$

Величину резистора обратной связи усилителя III звена $R_{03}$ рассчитаем по формуле (3-20):

$$R_{03} = R_э (K_3 - 1) = 5{,}1 \cdot 10^3 (1{,}17 - 1) = 859 \text{ ом}.$$

Принципиальная схема баттервортовского ФНЧ шестого порядка, выполненного в соответствии с расчетными данными, показана на рис. 3-4. Гальванические связи между звеньями обеспечивают прохождение постоянной составляющей сигнала. Для повышения величин $R_{вх}$ усилители выполнены без коллекторных нагрузок входных транзисторов. На схеме указаны расчетные значения резисторов и конденсаторов $RC$-цепей звеньев. О требованиях к точности подбора номиналов данных деталей и о методике настройки фильтров нижних частот будет сказано в § 3-4.

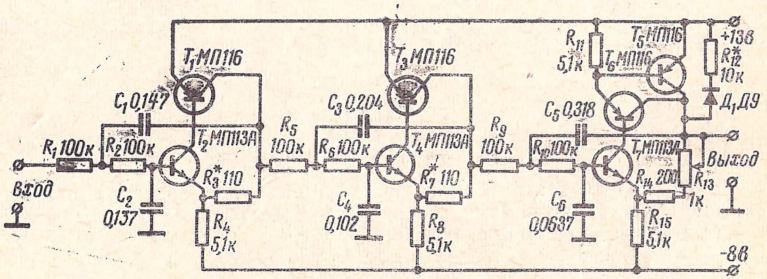



Рис. 3-4. Схема баттервортовского ФНЧ шестого порядка.

Требуемые величины коэффициентов передачи усилителей устанавливаются изменением резисторов $R_3$, $R_7$ и $R_{12}$.

График АЧХ фильтра показан на рис. 3-5. Стабильность фильтра проверялась при +60 °С. График АЧХ, снятой в этих условиях, показан пунктиром. Результаты измерений показывают, что по сравнению с нормальными условиями значение коэффициента передачи фильтра в полосе пропускания возросло на 0,2 *дб*, частота среза увеличилась на 4%, а затухание в полосе задерживания осталось неизменным.

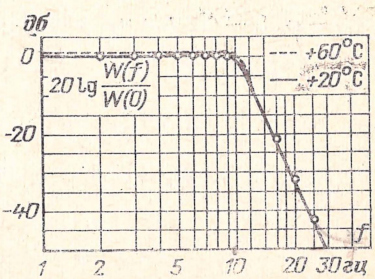



Рис. 3-5. АЧХ баттервортовского ФНЧ шестого порядка.

Увеличение коэффициента передачи фильтра в полосе пропускания произошло в результате температурного роста коэффициентов передачи усилителей. Уход частоты среза обусловлен не только температурной нестабильностью резисторов и конденсаторов, но главным образом уменьшением коэффициентов затухания III звена вследствие увеличения $K_3$, что проявилось в подъеме частотной характеристики и смещении частоты среза вправо.

Для температурной компенсации изменения коэффициента передачи усилителя III звена включена цепочка $Д_1R_{12}$, позволяющая уменьшить уход частоты среза приблизительно в 2 раза. Компенсирующее действие такой цепочки описано в § 2-5.

**Пример 2.** Рассчитать чебышевский ФНЧ, отвечающий следующим требованиям:

частота среза $f_1=4$ *гц*;

неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_1 \leqslant 1$ *дб*;

нормированная частота затухания $\Omega_з=1{,}4$;

затухание в полосе задерживания $a_з \geqslant 30$ *дб*;

температура окружающей среды $\pm 60$ °С.

Расчет.

По номограмме рис. 3-2 находим порядок равноволновой аппроксимирующей функции: $n=6$.

Из табл. 11 выписываем значения полюсов аппроксимирующей функции для неравномерности АЧХ, равной 1 *дб*:

$$p_{1,2}=-0{,}2320 \pm j0{,}2661;$$

$$p_{3,4}=-0{,}1698 \pm j0{,}7272;$$

$$p_{5,6}=-0{,}0621 \pm j0{,}9934.$$

Так как $n=6$, то фильтр реализуется тремя звеньями второго порядка. По (1-25) и (1-26) определим собственные частоты и коэффициенты затухания звеньев.

Для I звена

$$\omega_{01}=\sqrt{\sigma_1^2+\omega_1^2}=\sqrt{(0{,}2320)^2+(0{,}2661)^2}=0{,}353;$$

$$f_{01}=\omega_{01}f_1=0{,}353 \cdot 4{,}0=1{,}41 \text{ } гц; \quad \xi_1=\frac{|\sigma_1|}{\omega_{01}}=\frac{0{,}232}{0{,}353}=0{,}657.$$

Для II звена

$$\omega_{02}=\sqrt{\sigma_2^2+\omega_2^2}=\sqrt{(0{,}1698)^2+(0{,}7272)^2}=0{,}745;$$

$$f_{02}=\omega_{02}f_1=0{,}745 \cdot 4{,}0=2{,}98 \text{ } гц; \quad \xi_2=\frac{|\sigma_2|}{\omega_0}=\frac{0{,}1698}{0{,}745}=0{,}228.$$

Для III звена

$$\omega_{03}=\sqrt{\sigma_3^2+\omega_3^2}=\sqrt{(0{,}0621)^2+(0{,}9934)^2}=0{,}995;$$

$$f_{03}=\omega_{03}f_1=0{,}995 \cdot 4{,}0=3{,}98 \text{ } гц;$$

$$\xi_3=\frac{|\sigma_3|}{\omega_{03}}=\frac{0{,}0621}{0{,}995}=0{,}0624.$$

Для реализации фильтра применяем звенья типа ЗНЧ2Н. Рассчитаем величины элементом $RC$-цепей звеньев и значения коэффициентов передачи их усилителей.

Так как фильтр предназначен для работы в широком диапазоне температур, то в звеньях целесообразно применить ламповo-транзисторные усилители, позволяющие использовать в $RC$-цепях стабильные малогабаритные конденсаторы. По рассмотренным выше причинам суммарную величину резисторов берем равной 10 *Мом*. В качестве элементов $RC$-цепей применяем резисторы типа С2-1 с ТКС

$1 \cdot 10^{-3}$ *град*$^{-1}$ и конденсаторы типа СГМ группы Г с ТКЕ $\pm 50 \cdot 10^{-6}$ *град*$^{-1}$.

Определим значения температурных изменений величин $C'$, $R'$ и $K$. Наибольшее изменение $\Delta t$ составляет 80 °С. Для этих условий относительные изменения емкостей и резисторов равны:

$$\frac{\Delta C}{C} = \pm 0{,}004; \quad \frac{\Delta R}{R} = 0{,}08.$$

С точки зрения стабильности коэффициентов затухания звеньев наихудшим вариантом являются разные знаки относительных изменений емкости $C_1$ и $C_2$. Определяя для этого случая величину $\alpha_{c'}$, по формуле (3-23) находим $|\alpha_{c'}| = 0{,}008$.

Величина $\alpha_{R'}$ вычисляется по формуле, аналогичной (3-23), в которой $\Delta C/C$ заменяется на $\Delta R/R$. Так как относительные изменения резисторов $R_1$ и $R_2$ типа С2-1 имеют одинаковый знак и весьма близкие абсолютные величины, то можно считать $\alpha_{R'} = 0$. ТКК лампово-транзисторного усилителя без термокомпенсации имеет величину $\alpha_к = -0{,}02\%$ *град*$^{-1}$, поэтому температурный уход коэффициента передачи для $\Delta t = -80$ °С равен:

$$\alpha'_к = \alpha_к \Delta t = 0{,}016.$$

На основании найденных значений $\alpha_{c'}$, $\alpha_{R'}$ и $\alpha'_к$ по (3-17) определим оптимальное отношение емкостей $C_1$ и $C_2$:

$$C'_{опт} = 2 + 2\frac{\alpha_{c'}}{\alpha'_к} = 2 + 2\frac{0{,}008}{0{,}016} = 3.$$

Найдем величины коэффициентов передачи усилителей:

для I звена

$$K_1 = 1 + \frac{2}{C'} - \frac{2\xi_1}{\sqrt{C'}} = 1 + \frac{2}{3} - \frac{2 \cdot 0{,}657}{\sqrt{3}} = 0{,}90;$$

для II звена

$$K_2 = 1 + \frac{2}{3} - \frac{2 \cdot 0{,}228}{\sqrt{3}} = 1{,}40;$$

для III звена

$$K_3 = 1 + \frac{2}{3} - \frac{2 \cdot 0{,}0624}{\sqrt{3}} = 1{,}59.$$

Рассчитаем элементы $RC$-цепей звеньев. Так как $K_1 < 1$, то пересчитаем величину $C'$ для I звена. Полагая $K_1 = 1$, в соответствии с (3-19) находим:

$$C'_1 = \frac{1}{\xi_1^2} = \frac{1}{(0{,}657)^2} = 2{,}32.$$

Поскольку $R' = 1$, то при $R_1 + R_2 = 10$ *Ом* примем $R_1 = R_2 = 5{,}1$ *Ом*.

Определяя величины емкостей $RC$-цепей, получаем:

для I звена

$$C_{21} = \frac{1}{2\pi f_{01} R_{21} \sqrt{C'}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 1{,}41 \cdot 5{,}1 \cdot 10^6 \sqrt{2{,}32}} = 0{,}0145 \text{ *мкф*};$$

$$C_{11} = C_{21} C' = 0{,}0145 \cdot 2{,}32 = 0{,}0338 \text{ *мкф*};$$

для II звена

$$C_{22} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 2{,}98 \cdot 5{,}1 \cdot 10^6 \sqrt{3}} = 6\,060 \text{ пф};$$

$$C_{21} = C_{22}C' = 6\,060 \cdot 3 \approx 0{,}0182 \text{ мкф};$$

для III звена

$$C_{23} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 3{,}98 \cdot 5{,}1 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{3}} = 4\,525 \text{ пф};$$

$$C_{13} = C_{23}C' = 4\,525 \cdot 3 \approx 0{,}0136 \text{ мкф}.$$

Величины резисторов обратной связи I, II и III усилителей, определенные согласно (3-20), имеют следующие значения:

$$R_{02} = R_к(K_2 - 1) = 1 \cdot 10^3(1{,}4 - 1) = 404 \text{ ом};$$

$$R_{03} = 1 \cdot 10^3(1{,}59 - 1) = 594 \text{ ом}.$$

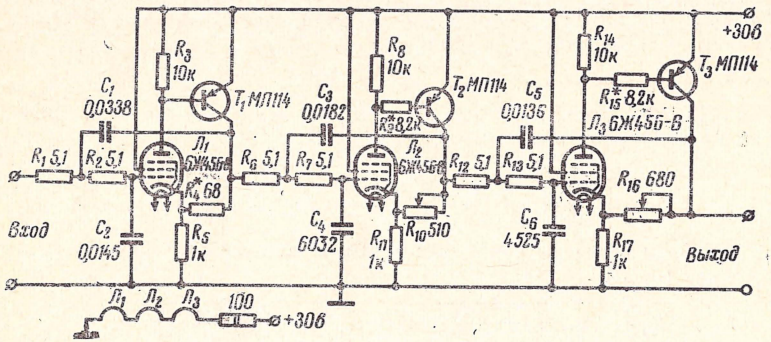



Рис. 3-6. Схема чебышевского ФНЧ шестого порядка.

Принципиальная схема чебышевского ФНЧ шестого порядка, выполненного в соответствии с расчетными данными, показана на рис. 3-6. Звенья фильтра имеют непосредственную связь, благодаря чему обеспечивается прохождение постоянной составляющей сигнала. Усилители звеньев выполнены по схеме рис. 2-32, где указаны расчетные значения номиналов резисторов и конденсаторов $RC$-цепи. Установка требуемых значений коэффициентов передачи выполняется изменением величин $R_4$, $R_{10}$ и $R_{15}$. Для плавности регулировки во II и III звеньях применены переменные резисторы, которые после настройки могут быть заменены постоянными, имеющими равные величины.

В базы транзисторов $T_2$ и $T_3$ включены $R_9$ и $R_{15}$, служащие для уменьшения отрицательных температурных уходов коэффициентов передачи усилителей *II* и *III* звеньев. Их компенсирующее действие рассмотрено в § 2-5. На схеме указаны ориентировочные величины $R_9$ и $R_{15}$, которые уточняются в процессе настройки фильтра. АЧХ фильтра показана на рис. 3-7. Результаты измерений стабильности фильтра при температурах ±60 °С показывают, что величина коэффициента передачи фильтра вблизи границы полосы про-

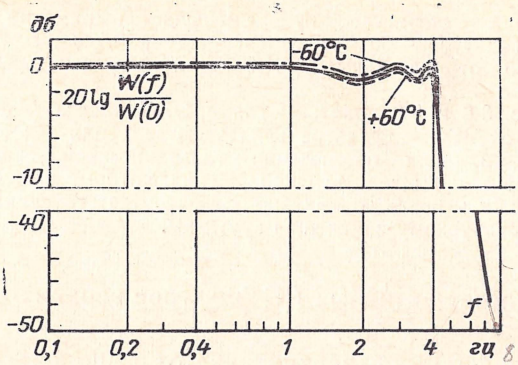



Рис. 3-7. АЧХ чебышевского ФНЧ шестого порядка.

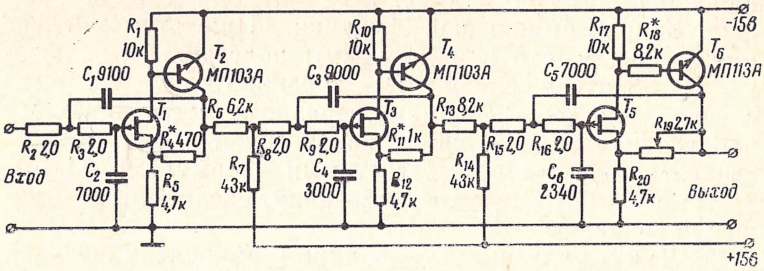



Рис. 3-8. Схема ФНЧ класса $L$ шестого порядка.

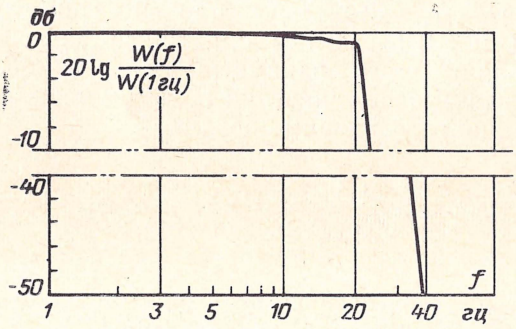



**Рис. 3-9. АЧХ ФНЧ класса $L$ шестого порядка.**

пускания при температуре +60 °С уменьшается примерно на 0,15 *дб*, а при температуре —60 °С увеличивается на 0,4 *дб*. Это изменение обусловлено отрицательным ТКК лампово-транзисторных усилителей.

На рис. 3-8 и 3-9 показаны схема ФНЧ класса *L* шестого порядка и его АЧХ. В фильтре используются усилители с полевыми транзисторами. Для обеспечения гальванической связи между звеньями применены делители напряжения, которые позволяют установить режимы полевых транзисторов, соответствующие наименьшему температурному изменению крутизны.

## 3-3. Расчет активных *RC*-фильтров верхних частот

Расчет фильтров верхних частот выполняется в следующем порядке:

1. По значению неравномерности АЧХ в полосе пропускания $a_{-1}$, затухания в полосе задерживания $a_{-3}$ и относительной частоте задерживания $\Omega_{-3}$ с помощью одной из номограмм (рис. 3-1—3-3) определяется степень аппроксимирующей функции. При этом следует иметь в виду, что в номограммы подставляется значение $\Omega_3$, обратное величине $\Omega_{-3}$, заданной для ФВЧ. В тех случаях, когда требуемая неравномерность в полосе пропускания отличается от приведенной в диаграммах, следует пользоваться расчетными формулами (1-16), (1-41) и (1-68) с учетом замечаний, сделанных в отношении величины $\Omega_{-3}$.

2. Для найденного порядка аппроксимирующей функции определяются значения ее полюсов и величины параметров звеньев фильтра.

В параграфе 1-5 было показано, что частотное преобразование ФНЧ в ФВЧ не меняет значений коэффициентов затухания звеньев, а величины собственных частот ЗНЧ и ЗВЧ связаны обратными зависимостями. На основании этого параметры звеньев ФВЧ могут быть выражены через значения полюсов низкочастотных аппроксимаций следующим образом:

$$\omega_{0k} = \frac{1}{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}; \quad \xi_k = \frac{|\sigma_k|}{\sqrt{\sigma_k^2 + \omega_k^2}}, \qquad (3\text{-}24)$$

где $\sigma_k$ и $\omega_k$ — действительные и мнимые части полюсов низкочастотных функций, определенные по соответствующим формулам или таблицам.

Для максимально плоской аппроксимации величины собственных частот ЗВЧ соответственно равны:

$$\omega_0 = \frac{1}{\rho}. \qquad (3\text{-}25)$$

3. После расчета параметров звеньев производится выбор схемы фильтра и определяются типы звеньев. При этом следует руководствоваться рекомендациями, сделанными в отношении выбора типов звеньев ФНЧ.

4. На основании величин параметров звеньев, полученных в предыдущих пунктах, производится расчет элементов *RC*-цепей и коэффициентов передачи усилителей.

Рассмотрим методику расчета звеньев верхних частот.

Расчет элементов звеньев верхних частот с неизолированными секциями *RC*-цепи (ЗВЧ2Н).

Величина $R_2$ *RC*-цепи звена (рис. 2-10) определяется исходя из допустимого изменения собственной частоты звена $\Delta\omega_0/\omega_0$, входного сопротивления усилителя $R_{вх}$ и его нестабильности $\Delta R_{вх}/R_{вх}$.

Преобразовывая (2-30), получаем формулу, определяющую соотношение между $R_2$ и $R_{вх}$ для звена типа ЗВЧ2Н:

$$R_2 \leqslant \frac{\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0}}{\frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} + \frac{1}{2}\frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}} R_{вх}. \qquad (3\text{-}26)$$

Нестабильность входного сопротивления транзисторного усилителя оценивается при помощи (3-16). Задавая величину допустимого изменения собственной частоты звена, определяем величину резистора $R_2$, которая при использовании в ЗВЧ усилителей на лампах или полевых транзисторах может быть увеличена до 10—20 *Мом*. Большие значения $R_2$ брать нецелесообразно (см. § 3-2).

Типы резисторов *RC*-цепи звена, являющихся в ЗВЧ элементами цепи обратной связи, для обеспечения максимальной стабильности следует выбирать с ТКС одного знака.

По сравнению с ЗНЧ к конденсаторам, применяемым в ЗВЧ, предъявляются менее жесткие требования, так как они не являются непосредственно элементами цепи

обратной связи. Однако при эксплуатации ФВЧ в широком диапазоне температур целесообразно применять высокостабильные конденсаторы.

Для диапазона температур, определенного условиями эксплуатации, находятся значения $\alpha_{R'}$, $\alpha_{C'}$, $\alpha'_{к}$, с помощью которых по (2-136) определяется оптимальное отношение величин резисторов. При этом необходимо задаться величиной $C'$. С конструктивной точки зрения наиболее удобным является значение $C'=1$, при котором для заданной величины $\omega_0$ обеспечиваются наименьшие номиналы конденсаторов.

Для этого случая (2-136) имеет вид:

$$R'_{опт}=\frac{\alpha'_{к}}{2(\alpha_{R'}+\alpha'_{к})+\alpha_{C'}}. \qquad (3\text{-}27)$$

Используя значения $R'$, $C'$, $\omega_0$ и $\xi$, рассчитываем величины конденсаторов, резисторов и коэффициента передачи усилителя звена по формулам табл. 16, полученным на основе материала § 2-3.

Расчет элементов звена верхних частот типа ЗВЧ2И производится в том же порядке, что и типа ЗВЧ2Н. Расчетные формулы для определения всех параметров звена представлены также в табл. 16.

Рассмотрим конкретные примеры расчета ФВЧ.

**Пример 1.** Рассчитать баттервортовский ФВЧ, отвечающий следующим требованиям:

частота среза $f_{-1}=5$ *гц*;
неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_{-1}=1$ *дб*;
нормированная частота затухания $\Omega_{-3}=0{,}5$;
затухание в полосе задерживания $a_{-3}\geqslant 40$ *дб*;
температура окружающей среды 20—60 °С.

Расчет.

По номограмме рис. 3-1 для заданных значений $a_1$, $a_{-1}$ и $\Omega_{-3}$ определяем порядок максимально-плоской аппроксимирующей функции. Имея в виду соотношение $\Omega_3=1/\Omega_{-3}$, находим значение порядка, равное $n=8$.

Из табл. 4 выписываем значения полюсов для $n=8$:

$$p_{1,2}=-0{,}9808\pm j0{,}1950;\quad p_{5,6}=-0{,}5556\pm j0{,}8315;$$

$$p_{3,4}=-0{,}8315\pm j0{,}5556;\quad p_{7,8}=-0{,}1950\pm j0{,}9808.$$

Таким образом, фильтр реализуется четырьмя звеньями второго порядка.

При максимально плоской аппроксимации собственные частоты звеньев равны и в соответствии с (3-25) определяются формулой

$$\omega_0=\frac{1}{\rho_0}.$$

*Таблица 16*

*Перечень формул для расчета звеньев верхних частот второго порядка*

| Тип звена | Схема звена | Условия для определения величин резисторов *RC*-цепей | Оптимальные соотношения *RC*-цепей | Величины элементов *RC*-цепей | Величины коэффициентов передачи усилителей |
|---|---|---|---|---|---|
| ЗВЧ2Н | Рис. 2-10 | $R_2 \leqslant \dfrac{\dfrac{\Delta\omega_0}{\omega_0}}{\dfrac{\Delta\omega_0}{\omega_0}+\dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}} R_{вх}$ | $R'_{опт}=\dfrac{\alpha'_к}{2(\alpha_{R'}+\alpha'_к)+\alpha_{c'}}$; $C'=1$ | $C_1=C_2=\dfrac{1}{2\pi f_0 R_2\sqrt{R'}}$; $R_1=R_2R'$ | $K=1+2R'-2\xi\sqrt{R'}$ |
| ЗВЧ2И | Рис. 2-13 | $R_2 \leqslant \left[\dfrac{2-\gamma'_1+\sqrt{(\gamma'-2)^2+4(\gamma'-1)}}{2(\gamma'-1)}\right]R_{вх}$; $\gamma'=\dfrac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}\Big/\dfrac{\Delta\omega_0}{\omega_0}$ | $R'_{опт}=\dfrac{\alpha'_к}{\alpha_{R'}+\alpha_{c'}+\alpha'_к}$; $C'=1$ | $C_1=C_2=\dfrac{1}{2\pi f_0 R_2\sqrt{R'}}$; $R'_1=R_2R'$ | $K=1+R'-2\xi\sqrt{R'}$ |

Для $a_{-1}=1$ *дб* и $n=8$ по табл. 17 находим $\rho=1{,}090$, следовательно, $\omega_0=0{,}9$ или $f_0=\omega_0 f_{-1}=0{,}9\cdot 5$ *гц* $=4{,}5$ *гц*.

Коэффициенты затухания звеньев в соответствии с (3-24) равны:

$$\xi_1=|\sigma_1|=0{,}9808;\quad \xi_3=|\sigma_3|=0{,}5556;$$

$$\xi_2=|\sigma_2|=0{,}8315;\quad \xi_4=|\sigma_4|=0{,}1950.$$

Для реализации фильтра берем звенья типа ЗВЧ2Н. Определим величины элементов $RC$-цепей звеньев и значения коэффициентов передачи их усилителей.

Заданные условия эксплуатации позволяют применять бумажные конденсаторы большой емкости, следовательно, требуемое значение $f_0$ обеспечивается при сравнительно небольших величинах резисторов $RC$-цепей. Поэтому в звеньях применим транзисторные усилители: в первых трех звеньях фильтра, имеющих относительно большие коэффициенты затухания, в целях сокращения числа транзисторов применим двухкаскадные усилители, а в четвертом, имеющем наименьший коэффициент затухания, трехкаскадный усилитель, обеспечивающий лучшую стабильность параметров звена.

Определим величины резисторов $R_2$ $RC$-цепей звеньев, исходя из следующих величин нестабильностей в заданном диапазоне температур:

допустимое изменение собственных частот звеньев $\Delta\omega_0/\omega_0=0{,}03$;

нестабильность $R_{вх}$ двухкаскадного усилителя $\Delta R_{вх}/R_{вх}=0{,}4$;

нестабильность $R_{вх}$ трехкаскадного усилителя $\Delta R_{вх}/R_{вх}=0{,}6$.

Для звеньев ФВЧ эквивалентное внутреннее сопротивление источника сигнала мало, поэтому входные сопротивления двух- и трехкаскадных усилителей выше, чем в ЗНЧ, и равны соответственно 2,5 и 5 *Мом* (см. § 2-5). Определяя по (3-26) величины резисторов $RC$-цепей звеньев, получаем:

для I, II и III звеньев $R_{21}=R_{22}=R_{23}=325$ *ком*;

для IV звена $R_{24}=450$ *ком*.

В данном обозначении первая цифра индекса означает номер резистора по схеме звена рис. 2-10, а вторая — номер звена рассчитываемого фильтра.

Округляя, принимаем для всех звеньев номинал сопротивления 300 *ком*.

В $RC$-цепях звеньев применяем резисторы типа УЛИ и конденсаторы типа К40У-9, для которых найдем температурные изменения $C'$ и $R'$.

Как было показано в § 3-2, относительная нестабильность отношения $C_1/C_2$ для конденсаторов типа К4ОУ-9 в заданном диапазоне температур может быть принята равной $\alpha_{C'}=0{,}02$. Разница в ТКС резисторов типа УЛИ весьма незначительна, поэтому можно считать $\alpha_{R'}=0$. Уход коэффициентов передачи двух- и трехкаскадного усилителей в заданном температурном диапазоне при работе в схеме ЗВЧ имеет величину $\alpha_к=0{,}01$. Определяя для этого случая оптимальное соотношение резисторов по (3-27), находим:

$$R'_{опт}=\frac{0{,}01}{2\cdot 0{,}01+0{,}02}=0{,}25.$$

Для этого случая коэффициенты передачи усилителей I, II и III звеньев меньше единицы (табл. 16). При расчете ФНЧ было по-

казано, что в таких случаях отношение величин элементов $RC$-цепей целесообразно рассчитывать для коэффициентов передачи усилителей, равных единице. При заданных значениях $K$ и $\xi$ величина $C'$ для ЗВЧ2Н определяется из уравнения (2-134), которое при $K=1$ имеет следующее решение:

$$R'=\xi^2.$$

На основании сказанного произведем расчет элементов звеньев.

Для I звена

$$R'_1=\xi_1^2=(0{,}980)^2=0{,}962;$$

$$R_{11}=R_{21}R'_1=300\ ком\cdot 0{,}962=289\ ком;$$

$$C_{21}=\frac{1}{2\pi f_0 R_{21}\sqrt{R'_1}}=\frac{1}{6{,}28\cdot 4{,}5\cdot 300\cdot 10^3\sqrt{0{,}962}}=0{,}122\ мкф;$$

$$C_{11}=C_{21}C'=0{,}122\cdot 1=0{,}122\ мкф.$$

Для II звена

$$R'_2=\xi_2^2=(0{,}831)^2=0{,}691;$$

$$R_{12}=R_{22}R'_2=300\ ком\cdot 0{,}691=207\ ком;$$

$$C_{22}=\frac{1}{2\pi f_0 R_{22}\sqrt{R'_2}}=\frac{1}{6{,}28\cdot 4{,}5\cdot 300\cdot 10^3\sqrt{0{,}691}}=0{,}142\ мкф;$$

$$C_{12}=0{,}142\ мкф.$$

Для III звена

$$R'_3=\xi_3^2=(0{,}555)^2=0{,}308;$$

$$R_{13}=R_{23}R'_3=300\ ком\cdot 0{,}308=93\ ком;$$

$$C_{23}=\frac{1}{2\pi f_0 R_{23}\sqrt{R'_3}}=\frac{1}{6{,}28\cdot 4{,}5\cdot 300\cdot 10^3\sqrt{0{,}308}}=0{,}210\ мкф;$$

$$C_{13}=0{,}210\ мкф.$$

Для IV звена

$$R'_4=0{,}25;$$

$$R_{14}=R_{24}R'_4=300\ ком\cdot 0{,}25=75\ ком;$$

$$C_{24}=\frac{1}{2\pi f_0 R_{24}\sqrt{R'_4}}=\frac{1}{6{,}28\cdot 4{,}5\cdot 300\cdot 10^3\sqrt{0{,}25}}=0{,}236\ мкф;$$

$$C_{14}=0{,}236\ мкф.$$

Коэффициент передачи усилителя равен:

$$K_4=1+2R'_4-2\xi_4\sqrt{R'_4}=1{,}5-2\cdot 0{,}1950\sqrt{0{,}25}=1{,}3.$$

Величина резистора обратной связи усилителя IV звена в соответствии с (3-20) равна:

$$R_{04}=R_э(K_4-1)=5{,}1\cdot 10^3(1{,}3-1)=1{,}55\ ком.$$

Принципиальная схема баттервортовского ФВЧ 8-го порядка, выполненного в соответствии с результатами расчета, показана на рис. 3-10. Связь между звеньями осуществляется с помощью $RC$-цепей. Коэффициенты передачи усилителей устанавливаются с помощью резисторов обратной связи $R_3$, $R_7$, $R_{11}$ и $R_{15}$.

На схеме указаны расчетные значения элементов $RC$-цепей звеньев. О требованиях к точности подбора номиналов резисторов и конденсаторов и о методике настройки ФВЧ будет сказано в параграфе 3-4.

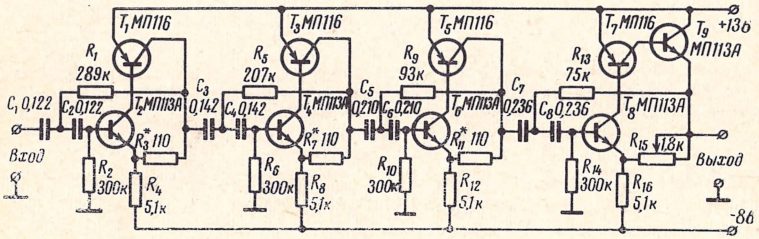



Рис. 3-10. Схема баттервортовского ФВЧ восьмого порядка.

На рис. 3-11 показан график АЧХ фильтра. Стабильность фильтра проверялась при +60 °С. Измерения показали, что неравномерность АЧХ в полосе пропускания практически не изменилась, а частота среза фильтра уменьшилась на 3% вследствие температурных изменений элементов $RC$-цепей и некоторого увеличения коэффициента затухания IV звена.

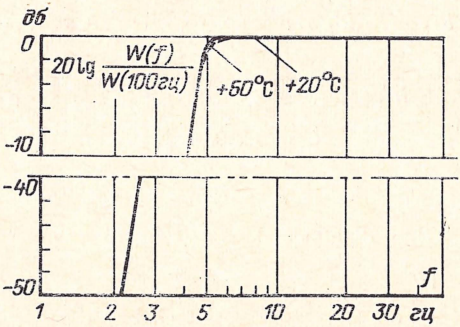



Рис. 3-11. АЧХ баттервортовского ФВЧ восьмого порядка.

**Пример 2.** Рассчитать чебышевский ФВЧ, отвечающий следующим требованиям:

частота среза $f_{-1}=3$ *гц*;

неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_{-1}\leqslant 0{,}5$ *дб*;

нормированная частота затухания $\Omega_{-3}=0{,}66$;

затухание в полосе задерживания $a_{-3}\geqslant 30$ *дб*;

температура окружающей среды $\pm 60$ °С.

Расчет.

По номограмме рис. 3-2 по исходным данным определяем порядок равноволновой аппроксимирующей функции, равный $n=6$.

Из табл. 10 выписываем значения полюсов аппроксимирующей функции для $a_{-1}=0{,}5$ *дб* и $n=6$:

$$p_{1,\,2}=-0{,}2897\pm j0{,}2702;$$

$$p_{3,\,4}=-0{,}2121\pm j0{,}7382;$$

$$p_{5,\,6}=-0{,}0776\pm j1{,}0084.$$

Так как $n=6$, то фильтр реализуется тремя звеньями второго порядка. Для данных значений полюсов параметры звеньев, рассчитанные по (3-24), имеют следующие величины:

для I звена $\omega_{01}=2{,}52$; $f_{01}=7{,}56$ *гц*; $\xi_1=0{,}730$;

для II звена $\omega_{02}=1{,}32$; $f_{02}=3{,}96$ *гц*; $\xi_2=0{,}278$;

для III звена $\omega_{03}=1{,}0$; $f_{03}=3$ *гц*; $\xi_3=0{,}078$.

Для реализации фильтра применяем звенья типа ЗВЧ2Н. Рассчитываем величины элементов $RC$-цепей звеньев и значения коэффициентов передачи усилителей. Проведем расчет для усилителей на полевых транзисторах. В качестве элементов $RC$-цепей применим резисторы типа С2-1 и конденсаторы типа СГМ группы Г. В условиях наибольшего перепада температуры —80 °С температурные изменения элементов составляют

$$|\alpha_{c'}|=0{,}008 \text{ и } \alpha_{R'}=0.$$

Как было отмечено в параграфе 2-5, значение ТКК усилителя с полевым транзистором, выполненного по схеме рис. 2-28, зависит от напряжения отсечки полевого транзистора. Поэтому в расчете следует использовать среднее значение ТКК, учитывающее возможный разброс величин напряжения отсечки. Для диапазона значений данного параметра $U_0=1{,}5$—$3$ *в* можно принять $\alpha_к=0{,}02\%$ *град*$^{-1}$. Следовательно, при $|\Delta t|=80°$ температурный уход коэффициента передачи усилителей имеет величину

$$\alpha'_к=\alpha_к\Delta t=0{,}016.$$

Оптимальное отношение резисторов $R_1$ и $R_2$, определенное по (3-27) для указанных величин нестабильности элементов, равно

$$R'_{опт}=\frac{\alpha'_к}{2\,(\alpha_{R'}+\alpha'_к)+\alpha_{c'}}=\frac{0{,}016}{0{,}04}=0{,}4.$$

Рассчитаем величины элементов $RC$-цепей звеньев и значения коэффициентов передачи усилителей.

Для I звена

$$K_1=1+2R'-2\xi_1\sqrt{R'}=1{,}8-0{,}957=0{,}843.$$

Так как $K_1<1$, пересчитываем отношение величин элементов $RC$-цепи данного звена для значения коэффициента передачи $K=1$.

В этом случае $R'_1=\xi_1^2=(0{,}730)^2=0{,}533$. Для данных типов усилителей принимаем величину резистора $R_{21}=4{,}7$ *Мом*. Тогда $R_{11}=R_{21}R'_1=4{,}7\cdot10^6\cdot0{,}533=2{,}5$ *Мом*;

$$C_2=\frac{1}{2\pi f_{01}R_{21}\sqrt{R'_1}}=\frac{1}{6{,}28\cdot7{,}56\cdot4{,}7\cdot10^6\cdot0{,}730}=6\,140 \text{ } пф;$$

$$C_{11}=C_{21}C'_1=6\,140 \text{ } пф.$$

Для II звена

$$K_2 = 1 + 2R' - 2\xi_2\sqrt{R'} = 1{,}8 - 0{,}35 = 1{,}45;$$

$$R_{12} = R_{22}\cdot R' = 4{,}7\cdot 10^6\cdot 0{,}4 = 1{,}88\ \textit{Мом};$$

$$C_{22} = \frac{1}{2\pi f_{02} R_{22}\sqrt{R'}} = \frac{1}{6{,}28\cdot 3{,}96\cdot 4{,}7\cdot 10^6\sqrt{0{,}4}} = 0{,}0137\ \textit{мкф};$$

$$C_{12} = C_{22}C'_2 = 0{,}0137\ \textit{мкф}.$$

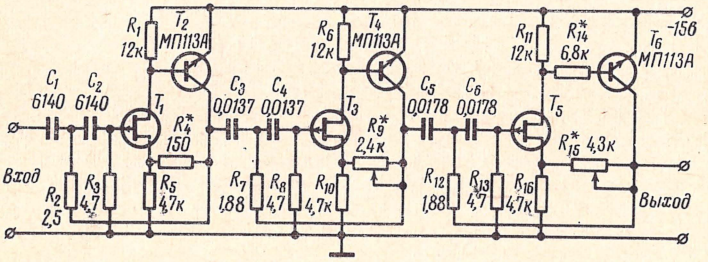



Рис. 3-12. Схема чебышевского ФВЧ шестого порядка.

Для III звена

$$K_3 = 1 + 2R' - 2\xi_2\sqrt{R'} = 1{,}8 - 0{,}098 = 1{,}702;$$

$$R_{13} = R_{23}R' = 4{,}7\cdot 10^6\cdot 0{,}4 = 1{,}88\ \textit{Мом};$$

$$R_{23} = \frac{1}{2\pi f_{03} R_{23}\sqrt{R'}} = \frac{1}{6{,}28\cdot 3\cdot 4{,}7\cdot 10^6\sqrt{0{,}4}} = 0{,}0178\ \textit{мкф};$$

$$C_{13} = C_{23}C' = 0{,}0178\ \textit{мкф}.$$

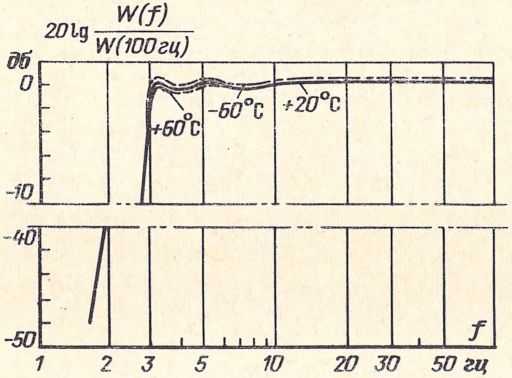



Рис. 3-13. АЧХ чебышевского ФВЧ шестого порядка.

Принципиальная схема чебышевского ФВЧ шестого порядка, выполненного в соответствии с расчетными данными, показана на рис. 3-12. Применение полевых транзисторов позволило на порядок увеличить значения резисторов $RC$-цепей по сравнению с предыдущей схемой ФВЧ. С целью обеспечения температурной стабильности коэффициентов передачи усилителей в них использовались полевые транзисторы с напряжениями отсечки около 2 *в*.

На рис. 3-13 показан график АЧХ фильтра. Измерение стабильности фильтра при ±60 °С показали, что коэффициент передачи его вблизи границы полосы пропускания с уменьшением температуры до —60 °С увеличивается примерно на 0,5 *дб*, а с увеличением падает на 0,3 *дб*. Частота среза при этом изменяется соответственно на ±2,5%. Данные изменения обусловлены отрицательным ТКК усилителей звеньев, а также температурными изменениями резисторов и конденсаторов $RC$-цепей. Для повышения стабильности коэффициента передачи усилителя III звена в цепь базы транзистора $T_6$ включен резистор $R_{14}$, компенсирующее действие которого рассмотрено в § 2-5.

## 3-4. Методика настройки ФНЧ и ФВЧ

Рассмотрение методики настройки ФНЧ и ФВЧ начнем с пояснения процесса формирования их АЧХ. Так как фильтры составляются путем каскадного включения изолированных ЗНЧ или ЗВЧ, то АЧХ фильтра является произведением АЧХ звеньев. Если АЧХ представляются в логарифмическом масштабе, то АЧХ фильтра является суммой АЧХ звеньев.

Передаточная функция звена нижних частот при $p=j\omega$ может быть представлена следующим образом:

$$W_{н}(j\Omega)=\frac{K}{1+2\xi j\Omega+(j\Omega)^2},$$

откуда АЧХ ЗНЧ определяется выражением

$$W(\Omega)=\frac{K}{\sqrt{(1-\Omega^2)^2+4\xi^2\Omega^2}}, \qquad (3\text{-}28)$$

где

$$\Omega=\frac{\omega}{\omega_0}.$$

Семейство нормированных АЧХ звена нижних частот, построенных в соответствии с (3-28), представлено на рис. 3-14. Форма АЧХ и расположение ее на оси частот определяются значениями коэффициента затухания и собственной частоты звена. Рисунок 3-15 иллюстрирует процесс формирования АЧХ баттервортовского

ФНЧ шестого порядка, имеющего $a_1 = 3$ *дб*. Собственные частоты звеньев при максимально плоской аппроксимации равны, а их коэффициенты затухания имеют такие величины, что в полосе пропускания фильтра обеспечивается плоская характеристика (сплошная линия) за счет взаимной компенсации затуханий звеньев.

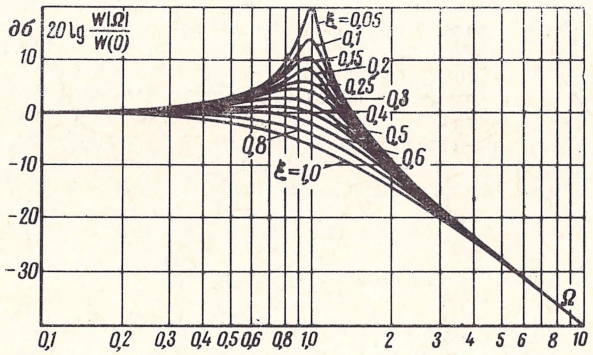



Рис. 3-14. Семейство АЧХ звена нижних частот второго порядка.

Формирование АЧХ в ФВЧ происходит аналогичным образом, с той лишь разницей, что для них шкала частот имеет обратный характер.

Графики рис. 3-14 показывают, что основным при настройке фильтров является правильность установки величин собственных частот и коэффициентов затухания звеньев. Рассмотрим практические способы установки данных параметров.

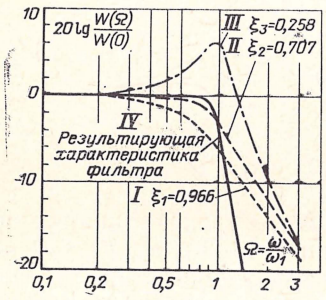



Рис. 3-15. АЧХ звеньев баттервортовского ФНЧ шестого порядка.

Из анализа стабильности звеньев следует, что относительный уход собственной частоты равен алгебраической сумме уходов номиналов резисторов и конденсаторов *RC*-цепей. Следовательно, погрешность установки собственных частот может быть уменьшена либо высокой точностью подбора всех деталей *RC*-цепей, либо индивидуальной настройкой величины $\omega_0$ каждого звена. Первый способ достаточно

сложен, если подбор деталей выполняется вручную. Однако в настоящее время промышленностью выпускается несколько типов деталей с расширенной шкалой номинальных значений. К ним относятся конденсаторы типа СГМЗ, имеющие наибольший шаг между соседними значениями ряда $\pm 5$ *пф* и допуски изготовления $\pm(0{,}3—1)\%$, что позволяет обеспечить практически любое номинальное значение емкости в пределах 50—10 000 *пф* с точностью не хуже $\pm 1\%$. Аналогичными возможностями обладают конденсаторы типа ССГ, выпускаемые с номинальными значениями до 0,2 *мкф* и точностью изготовления $\pm 0{,}3\%$.

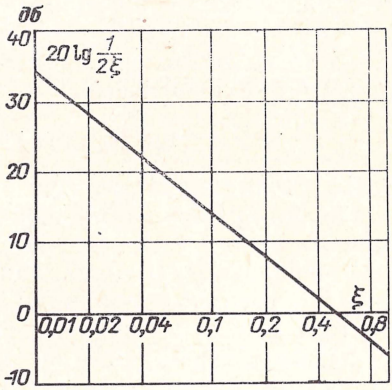



Рис. 3-16. График функции $A = 20 \lg \frac{1}{2\xi}$.

По специальной расширенной шкале номинальных значений изготавливаются резисторы типа УЛИ, С2-1 и др., позволяющие получить любое значение в пределах от сотен ом до $5{,}1 \cdot 10^6$ *ом* с точностью 1—2%. Таким образом, при использовании указанных типов деталей достаточно просто обеспечивается допуск на отклонение от расчетного значения, равный $\pm(1—2)\%$. Для большинства типов фильтров этого вполне достаточно, и дополнительной настройки собственных частот звеньев не требуется. В тех случаях, когда использование указанных типов деталей по каким-либо причинам невозможно, применяется второй способ. Так как плавная регулировка конденсаторов большой емкости практически исключена, то для *RC*-цепей звена выбираются конденсаторы со стандартными номиналами, наиболее близкими к расчетным значениям, а настройка частоты осуществляется изменениями резисторов. При этом желательно настройку производить пропорциональным изменением обоих резисторов, так как регулировка только одним элементом приводит к изменению не только собственной частоты, но и коэффициента затухания. Это обстоятельство особенно существенно в ЗВЧ,

где резисторы являются элементами цепи обратной связи. Кроме того, большое отклонение номиналов элементов от расчетных значений нежелательно вследствие невыполнения оптимальных условий с точки зрения стабильности коэффициентов затухания.

Рассмотрим, как можно контролировать величину собственной частоты звена. Из графиков рис. 3-14 следует, что с уменьшением коэффициента затухания растет «резонансный» подъем АЧХ звена, максимум которого находится на частоте, связанной с собственной частотой звена зависимостью

$$\Omega_{макс} = \sqrt{1 - 2\xi^2}. \qquad (3\text{-}29)$$

Из (3-29) видно, что при $\xi = 0$ частота незатухающих колебаний равна собственной частоте звена $\Omega_{макс} = 1$. Данный режим обеспечивается увеличением коэффициента передачи усилителя, при этом следует устанавливать минимально возможную амплитуду колебаний, соответствующую порогу самовозбуждения. Частота полученных колебаний, равная собственной частоте звена, измеряется и сопоставляется с расчетным значением. Изменяя величины резисторов и поддерживая незатухающие колебания, получают необходимое значение собственной частоты звена.

Такой способ определения величины $\omega_0$ и ее настройки удобен при сравнительно высоких значениях частот, когда могут быть использованы приборы широкого применения для измерения частоты. Измерение инфранизких частот значительно сложнее, поэтому в практике настройки низкочастотных фильтров можно применять способ контроля собственных частот по положению максимума АЧХ. Из (3-29) следует, что при $\xi < 0{,}1$ величина $\Omega_{макс}$ отличается от собственной частоты звена меньше, чем на 1%. Таким образом, если установить достаточно малый коэффициент затухания звена, то частота максимума АЧХ звена с незначительной ошибкой определит его собственную частоту. Настройка собственных частот звена в данном случае производится также изменением резисторов.

После того как определены величины элементов *RC*-цепей звеньев и настроены их собственные частоты, производится установка требуемых значений коэффициентов затуханий. В том случае, когда резисторы и конденсаторы подобраны с точностью $\pm(1\text{—}2)\%$ и коэф-

фициенты затухания звеньев сравнительно велики (например, в баттервортовских фильтрах), для обеспечения требуемого значения $\xi$ достаточно выставить расчетные значения коэффициентов передачи усилителей. После предварительной настройки каждого звена снимается АЧХ фильтра и производится корректировка коэффициентов передачи усилителей для получения требуемой неравномерности в полосе пропускания.

В тех случаях, когда звенья фильтров имеют малые коэффициенты затухания или в результате настройки собственных частот звеньев изменились расчетные соотношения величин элементов $RC$-цепей, рассмотренный выше способ не обеспечивает необходимой точности. Тогда следует пользоваться более общим методом настройки, при котором коэффициенты затухания устанавливаются по характерным точкам АЧХ звеньев. Данные точки определяются абсциссами, равными собственным частотам звеньев, и ординатами, равными коэффициентам передачи звеньев на этих частотах. Величины данных коэффициентов определяются из (3-28) путем подстановки в него значения частоты $\Omega=1$. Их величины, выраженные в децибелах, рассчитываются по формуле

$$A=20\lg\frac{W(1)}{W(0)}=20\lg\frac{1}{2\xi}. \qquad (3\text{-}30)$$

Для удобства определения величин $A$ на рис. 3-16 представлен график функции (3-30), пользуясь которым найдем в качестве примера коэффициенты передачи звеньев баттервортовского ФНЧ шестого порядка (АЧХ показаны на рис. 3-15). Для I звена, имеющего $\xi_1=0{,}966$, получаем $A_1=-6$ *дб*. Аналогично для II и III звеньев находим $A_2=-3$ *дб* и $A_3=+6$ *дб*.

Величины коэффициентов передачи звеньев на собственных частотах устанавливаются путем изменения коэффициентов передачи усилителей. При этом в ЗНЧ за исходный уровень, соответствующий $A=0$, можно принять коэффициент передачи звеньев на частотах, примерно в 10 раз меньших их собственных. Из рис. 3-14 видно, что этот уровень практически равен нулевому. Аналогично при настройке ЗВЧ за исходный уровень принимается коэффициент передачи звеньев на частотах, в 10 раз больших собственных.

При составлении схем ФНЧ и ФВЧ звенья целесообразно включать по мере уменьшения коэффициентов

затухания, при этом обеспечивается наибольший динамический диапазон фильтров. Действительно, если изменить порядок включения на обратный, то на входе фильтра окажется звено, имеющее на собственной частоте коэффициент передачи больше единицы. Следовательно, для исключения перегрузки последующих звеньев необходимо уменьшить уровень входного сигнала. В первом случае этого не требуется, так как на вход высокодобротного звена сигнал поступает ослабленный звеньями с большими коэффициентами затухания (см. рис. 3-15).

## 3-5. Расчет полосовых активных *RC*-фильтров

С точки зрения ширины полосы пропускания полосовые фильтры можно условно разбить на две группы.

К первой относятся широкополосные фильтры (ШПФ), имеющие величину относительной полосы пропускания большую единицы. Их целесообразно выполнять, используя ФНЧ и ФВЧ, что позволяет при широкой полосе пропускания обеспечить требуемую неравномерность в пределах полосы и крутые спады АЧХ за частотами среза. Кроме того, такой способ построения ШПФ необходим в тех случаях, когда требуются изменяемая полоса пропускания и независимая перестройка частот среза фильтра.

Ко второй группе можно отнести фильтры, имеющие постоянную величину относительной полосы пропускания, меньшую единицы. Выполнение таких фильтров с помощью ФНЧ и ФВЧ нецелесообразно, так как при сужении полосы пропускания использование звеньев с малой добротностью в них становится неэффективным. Поэтому узкополосные полосовые фильтры (УПФ) следует выполнять, используя ПЗ, ЗНЧ и ЗВЧ второго порядка, параметры которых рассчитываются на основе частотного преобразования исходного ФНЧ в ПФ. Рассмотрим, как выполняется реализация полосовых функций звеньями указанного типа. Передаточная функция ПФ $n$-го порядка имеет вид

$$W_{\text{п}}(p) = \frac{p^n}{\prod_{i=1}^{n} (p^2 + 2\xi_i p + \omega_{0i}^2)}. \qquad (3\text{-}31)$$

Так как характеристические полиномы, стоящие в знаменателе (3-31), для всех типов звеньев второго порядка имеют одинаковый вид, то характер звена определится видом сомножителя числителя, который может быть представлен различными комбинациями сомножителей 1, $p$ и $p^2$. Как отмечалось выше, передаточные функции ЗНЧ имеют в числителе сомножитель, равный единице, ПЗ — $p$, а ЗВЧ — $p^2$. Таким образом, если $n$ — число четное, то полосовой фильтр может быть реализован либо $n$ полосовыми звеньями, либо $n/2$ ЗВЧ и $n/2$ ЗНЧ.

Если $n$ нечетное, то выполняется либо $\frac{n-1}{2}$ ЗНЧ, $\frac{n-1}{2}$ ЗВЧ и одним ПЗ либо $n$ полосовыми звеньями. С принципиальной точки зрения все реализации равноценны, что обеспечивает свободу выбора их при расчете и конструировании.

Рассмотрим методику расчета ШПФ и УПФ.

*Широкополосные полосовые фильтры.* Полоса пропускания ПФ связана со средней частотой и частотами среза следующими зависимостями:

$$\Delta\omega' = \omega'_1 - \omega'_{-1};$$

$$\omega'_1 \omega'_{-1} = \omega_c^2,$$

которые позволяют перейти к формулам, определяющим величины частот среза:

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= \frac{\Delta f}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2 + f_c}; \\ f_{-1} &= -\frac{\Delta f}{2} + \sqrt{\left(\frac{\Delta f}{2}\right)^2 + f_c}. \end{aligned}\right\} \qquad (3\text{-}32)$$

Таким образом, если требования к ШПФ заданы величинами полосы пропускания и средней частоты, то переход к частотам среза осуществляется с помощью (3-32). После определения $f_1$ и $f_{-1}$ расчет полосового фильтра сводится к расчету ФНЧ и ФВЧ. При этом неравномерность АЧХ каждого фильтра определяется из требований, предъявляемых к ПФ, и порядок низкочастотной и высокочастотной аппроксимаций определяется исходя из значений неравномерности АЧХ ПФ и затуханий на частотах задерживания $\Omega_з$ и $\Omega_{-з}$ со сто-

роны нижних и верхних частот. Расчет ФНЧ и ФВЧ по этим данным производится в соответствии с методикой, изложенной в предыдущих параграфах.

Исходными данными для расчета ШПФ с перестраиваемыми частотами среза служит диапазон изменения данных частот и требования к избирательности фильтра. Исходя из заданного диапазона перестройки фильтра, рассчитываются значения элементов *RC*-цепей звеньев.

Как следует из выражений для собственных частот звеньев, перестройка фильтров может осуществляться изменением либо емкости конденсаторов, либо сопротивлений резисторов. Осуществление плавной перестройки многозвенных фильтров сталкивается с рядом трудностей конструктивного характера. Действительно, применение в диапазоне низких частот блоков переменных конденсаторов практически невозможно из-за недостаточной величины их емкости и громоздкости. Для перестройки фильтров изменением сопротивлений необходимы блоки многосекционных переменных резисторов, отвечающих следующим требованиям:

высокая стабильность сопротивления;

высокая точность согласования изменения сопротивления в секциях по углу поворота;

логарифмическая зависимость сопротивления от угла поворота, необходимая для обеспечения равномерности частотной шкалы перестройки.

Данным требованиям могут соответствовать только прецизионные потенциометры, но они имеют сравнительно небольшие номиналы (30—40 *ком*) и большие габариты. По этим соображениям перестройку активных *RC*-фильтров более удобно осуществлять методом дискретных изменений элементов *RC*-цепей. При этом, применяя способ декадного набора частоты, широко используемого в генераторах инфранизких частот, можно получить высокую точность настройки. Декадный метод основан на том, что при параллельном соединении нескольких резисторов *RC*-цепи звена значение его собственной частоты равно сумме частот, полученных при использовании каждого из сопротивлений в отдельности. Допустим, что резистор $R$ представляет собой параллельное соединение резисторов $R_1$, $R_2$, ..., $R_n$:

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\ldots+\frac{1}{R_n}.$$

Выражение для собственной частоты звена, соответствующее этому случаю, будет иметь вид:

$$\omega_0 = \frac{1}{C\sqrt{R'C'}}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\cdots+\frac{1}{R_n}\right)=$$

$$=\omega_{01}+\omega_{02}+\cdots+\omega_{0n}. \qquad (3\text{-}33)$$

При выполнении набора резисторов перестройки в виде параллельных декад величину $\omega_0$ можно рассматривать как некоторое десятичное число, цифры разрядов которого определяются величинами резисторов каждой декады. Следовательно, таким способом может быть установлено любое значение данного $n$-разрядного числа. В практических схемах число декад резисторов берут равным 2—3, разбивая весь диапазон частот на поддиапазоны. При этом переключение поддиапазонов производится изменением емкостей, а перестройка внутри поддиапазона — изменением резисторов $RC$-цепей звеньев.

*Узкополосные полосовые фильтры.* Для УПФ критерием избирательности служит коэффициент прямоугольности $K_п$, заданный для определенных уровней затухания. Между ним и порядком аппроксимации существует однозначная зависимость. В параграфе 1-5 было показано, что при частотном преобразовании ФНЧ в ПФ их полосы пропускания равны независимо от уровня, на котором измеряется полоса. При частотной шкале ФНЧ, нормированной относительно $f_1$, полосы пропускания, отсчитанные на уровнях $a_1$ и $a_з$, равны соответственно $\Delta\Omega_1=1$ и $\Delta\Omega_з=\Omega_з$. Следовательно, $K_п$ ПФ, определенный для данных уровней, будет равен:

$$K_{паз}=\frac{\Delta\Omega_з}{\Delta\Omega_1}=\Omega_з.$$

Таким образом, $K_п$ и $\Omega_з$ численно равны, поэтому определение порядка аппроксимации по заданным величинам $K_п$, $a_1$ и $a_з$ производится по номограммам параграфа 3-1.

Для более точного контроля АЧХ ПФ в полосе задерживания целесообразно использовать несколько промежуточных значений уровней ослабления, как это сделано в стандартных требованиях на октавные, полуоктавные и третьоктавные фильтры для анализа и изме-

рения звука и вибраций. При определении порядка аппроксимации в этом случае следует сопоставлять требуемые значения $K_п$ с данными номограмм и выбирать то значение $n$, которое обеспечивает наилучшую избирательность.

Для найденного значения порядка аппроксимации $n$ по таблицам находятся значения полюсов низкочастотных аппроксимирующих функций и производится их преобразование в полюсы полосовых функций. При этом, как отмечалось выше, каждый полюс низкочастотной функции преобразовывается в два полюса полосовой функции, порядок которой вследствие этого повышается вдвое. Как было показано в параграфе 1-5, при величинах относительной полосы пропускания ПФ $\Delta\omega'/\omega_c > 0{,}4$ следует применять формулу точного преобразования (1-92), при относительной полосе пропускания ПФ $\Delta\omega'/\omega_c < 0{,}4$ справедлива формула частотного преобразования (1-99), полученная для случая арифметической симметрии.

По своей структуре (1-92) критична к погрешностям вычислений, поэтому необходимо выполнять расчеты с точностью до четвертого знака. Для упрощения расчетов ПФ, предназначенных для анализа звука и вибраций, значения полюсов полосовых аппроксимирующих функций рассмотренного вида рассчитаны и сведены в табл. 17—21.

По значениям полюсов полосовых функций рассчитываются величины параметров звеньев.

Полосовые фильтры могут быть образованы из звеньев нижних, верхних частот и полосового типа. При этом возможно применение звеньев как с изолированными, так и с неизолированными секциями $RC$-цепей. В первом случае обеспечивается большая стабильность параметров, но увеличивается число активных элементов, что нежелательно. Однако при конструировании узкополосных фильтров эта мера часто бывает необходима, так как рассмотренные звенья не являются абсолютно развязанными вследствие частотной зависимости входных и выходных импедансов. Возникающее в результате этого взаимное влияние звеньев вызывает изменение коэффициентов затухания и собственных частот и проявляется тем сильнее, чем меньше коэффициенты затухания и чем ближе значения собственных частот звеньев. Это характерно для УПФ, поэтому в них необходимо предусмат-

*Таблица 17*

*Полюсы максимально плоской полосовой аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1$=3 дб*

| $n$=4 | $n$=6 | $n$=8 | $n$=10 | $n$=12 |
|---|---|---|---|---|
| Октавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}7071$ | | | | |
| —0,1876 | —0,3535 | —0,09295 | —0,3534 | —0,06182 |
| $\pm j$ 0,7519 | $\pm j$ 0,9702 | $\pm j$ 0,7175 | $\pm j$ 0,9354 | $\pm j$ 0,7116 |
| —0,3123 | —0,1243 | —0,1775 | —0,07426 | —0,1212 |
| $\pm j$ 1,2519 | $\pm j$ 0,7259 | $\pm j$ 1,3707 | $\pm j$ 0,7136 | $\pm j$ 1,3946 |
| — | —0,2292 | —0,2804 | —0,1442 | —0,1876 |
| — | $\pm j$ 1,3382 | $\pm j$ 0,8206 | $\pm j$ 1,3861 | $\pm j$ 0,7519 |
| — | — | —0,3728 | —0,2255 | —0,3123 |
| — | — | $\pm j$ 1,0911 | $\pm j$ 0,7745 | $\pm j$ 1,2519 |
| — | — | — | —0,3465 | —0,3084 |
| — | — | — | $\pm j$ 1,1901 | $\pm j$ 0,8534 |
| — | — | — | — | —0,3745 |
| — | — | — | — | $\pm j$ 1,0364 |
| Полуоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}3483$ | | | | |
| —0,1079 | —0,1741 | —0,05602 | —0,1741 | —0,03758 |
| $\pm j$ 0,8769 | $\pm j$ 0,9847 | $\pm j$ 0,8498 | $\pm j$ 0,9847 | $\pm j$ 0,8448 |
| —0,1383 | —0,07404 | —0,07723 | —0,04500 | —0,05255 |
| $\pm j$ 1,1232 | $\pm j$ 0,8568 | $\pm j$ 1,1715 | $\pm j$ 0,8466 | $\pm j$ 1,1812 |
| — | —0,1001 | —0,1500 | —0,06261 | —0,1079 |
| — | $\pm j$ 1,1584 | $\pm j$ 0,9226 | $\pm j$ 1,1778 | $\pm j$ 0,8769 |
| — | — | —0,1717 | —0,1264 | —0,1383 |
| — | — | $\pm j$ 1,0559 | $\pm j$ 0,8930 | $\pm j$ 1,1232 |
| — | — | — | —0,1553 | —0,16052 |
| — | — | — | $\pm j$ 1,0977 | $\pm j$ 0,9417 |
| — | — | — | — | —0,1758 |
| — | — | — | — | $\pm j$ 1,0318 |
| Третьоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}2316$ | | | | |
| —0,07517 | —0,01157 | —0,03958 | —0,1157 | —0,02663 |
| $\pm j$ 0,9181 | $\pm j$ 0,9932 | $\pm j$ 0,8977 | $\pm j$ 0,9932 | $\pm j$ 0,8939 |
| —0,0885 | —0,05211 | —0,04902 | —0,03186 | —0,03329 |
| $\pm j$ 1,0819 | $\pm j$ 0,9030 | $\pm j$ 1,1117 | $\pm j$ 0,8952 | $\pm j$ 1,1176 |
| — | —0,06368 | —0,1022 | —0,03969 | —0,07517 |
| — | $\pm j$ 1,1036 | $\pm j$ 0,9509 | $\pm j$ 1,1155 | $\pm j$ 0,9181 |
| — | — | —0,1117 | —0,08729 | —0,08858 |
| — | — | $\pm j$ 1,0395 | $\pm j$ 0,9298 | $\pm j$ 1,0819 |
| — | — | — | —0,1000 | —0,1084 |
| — | — | — | $\pm j$ 1,0660 | $\pm j$ 0,9642 |
| — | — | — | — | —0,1152 |
| — | — | — | — | $\pm j$ 1,02415 |

*Таблица 18*

*Полюсы равноволновой полосовой аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1$=0,2 дб*

| $n$=4 | $n$=6 | $n$=8 | $n$=10 | $n$=12 |
|---|---|---|---|---|
| Октавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}7071$ | | | | |
| −0,2014 | −0,2871 | −0,051107 | −0,1625 | −0,02279 |
| ±*j* 0,6193 | ±*j* 0,9579 | ±*j* 0,6882 | ±*j* 0,9867 | ±*j* 0,6986 |
| −0,4748 | −0,09047 | −0,1072 | −0,03278 | −0,04664 |
| ±*j* 1,4602 | ±*j* 0,6723 | ±*j* 1,4450 | ±*j* 0,6952 | ±*j* 1,4298 |
| — | −0,1966 | −0,1610 | −0,06769 | −0,08028 |
| — | ±*j* 1,4610 | ±*j* 0,8377 | ±*j* 1,4353 | ±*j* 0,7637 |
| — | — | −0,2213 | −0,1019 | −0,1195 |
| — | — | ±*j* 1,1512 | ±*j* 0,7890 | ±*j* 1,2984 |
| — | — | — | −0,1611 | −0,1169 |
| — | — | — | ±*j* 1,2465 | ±*j* 0,8986 |
| — | — | — | — | −0,1423 |
| — | — | — | — | ±*j* 1,0943 |
| Полуоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}3483$ | | | | |
| −0,1323 | −0,1414 | −0,03184 | −0,07998 | −0,01407 |
| ±*j* 0,8010 | ±*j* 0,9899 | ±*j* 0,8300 | ±*j* 0,9968 | ±*j* 0,8359 |
| −0,2007 | −0,05719 | −0,04614 | −0,02030 | −0,02013 |
| ±*j* 1,2152 | ±*j* 0,8220 | ±*j* 1,2029 | ±*j* 0,8338 | ±*j* 1,1960 |
| — | −0,08421 | −0,08586 | −0,02918 | −0,04063 |
| — | ±*j* 1,2105 | ±*j* 0,9214 | ±*j* 1,1984 | ±*j* 0,8758 |
| — | — | −0,1014 | −0,05751 | −0,05285 |
| — | — | ±*j* 1,07557 | ±*j* 0,8916 | ±*j* 1,1392 |
| — | — | — | −0,07205 | −0,06076 |
| — | — | — | ±*j* 1,1169 | ±*j* 0,9509 |
| — | — | — | — | −0,06692 |
| — | — | — | — | ±*j* 1,0473 |
| Третьоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}2316$ | | | | |
| −0,09554 | −0,09394 | −0,02273 | −0,05316 | −0,01002 |
| ±*j* 0,8657 | ±*j* 0,9955 | ±*j* 0,8833 | ±*j* 0,9986 | ±*j* 0,8873 |
| −0,1259 | −0,04098 | −0,02912 | −0,01448 | −0,01272 |
| ±*j* 1,1411 | ±*j* 0,8780 | ±*j* 1,1313 | ±*j* 0,8859 | ±*j* 1,1268 |
| — | −0,05304 | −0,05938 | −0,01843 | −0,02837 |
| — | ±*j* 1,1364 | ±*j* 0,9480 | ±*j* 1,1284 | ±*j* 0,9157 |
| — | — | −0,06581 | −0,03985 | −0,03379 |
| — | — | ±*j* 1,0507 | ±*j* 0,9269 | ±*j* 1,0909 |
| — | — | — | −0,04629 | −0,04109 |
| — | — | — | ±*j* 1,0768 | ±*j* 0,9675 |
| — | — | — | — | −0,04381 |
| — | — | — | — | ±*j* 1,0316 |

*Таблица 19*

*Полюсы равноволновой полосовой аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1=0{,}5$ дб*

| $n=4$ | $n=6$ | $n=8$ | $n=10$ | $n=12$ |
|---|---|---|---|---|
| Октавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}7071$ | | | | |
| $-0{,}1655$ | $-0{,}2213$ | $-0{,}04099$ | $-0{,}1281$ | $-0{,}01823$ |
| $\pm j\ 0{,}6794$ | $\pm j\ 0{,}9751$ | $\pm j\ 0{,}7017$ | $\pm j\ 0{,}9917$ | $\pm j\ 0{,}7048$ |
| $-0{,}3384$ | $-0{,}07292$ | $-0{,}08296$ | $-0{,}02623$ | $-0{,}03667$ |
| $\pm j\ 1{,}3893$ | $\pm j\ 0{,}6968$ | $\pm j\ 1{,}4202$ | $\pm j\ 0{,}7037$ | $\pm j\ 1{,}4178$ |
| — | $-0{,}1485$ | $-0{,}1273$ | $-0{,}05289$ | $-0{,}05600$ |
| — | $\pm j\ 1{,}4194$ | $\pm j\ 0{,}8513$ | $\pm j\ 1{,}4189$ | $\pm j\ 0{,}7699$ |
| — | — | $-0{,}1719$ | $-0{,}08115$ | $-0{,}99397$ |
| — | — | $\pm j\ 1{,}1489$ | $\pm j\ 0{,}7981$ | $\pm j\ 1{,}2919$ |
| — | — | — | $-0{,}1261$ | $-0{,}09263$ |
| — | — | — | $\pm j\ 1{,}2401$ | $\pm j\ 0{,}9038$ |
| — | — | — | — | $-0{,}1122$ |
| — | — | — | — | $\pm j\ 1{,}0948$ |
| Полуоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}3483$ | | | | |
| $-0{,}1026$ | $-0{,}1090$ | $-0{,}02520$ | $-0{,}06301$ | $-0{,}01118$ |
| $\pm j\ 0{,}8329$ | $\pm j\ 0{,}9940$ | $\pm j\ 0{,}8381$ | $\pm j\ 0{,}9980$ | $\pm j\ 0{,}8395$ |
| $-0{,}1456$ | $-0{,}04497$ | $-0{,}03584$ | $-0{,}01611$ | $-0{,}01586$ |
| $\pm j\ 1{,}1826$ | $\pm j\ 0{,}8363$ | $\pm j\ 1{,}1920$ | $\pm j\ 0{,}8391$ | $\pm j\ 1{,}1908$ |
| — | $-0{,}06411$ | $-0{,}06831$ | $-0{,}02286$ | $-0{,}03222$ |
| — | $\pm j\ 1{,}1922$ | $\pm j\ 0{,}9266$ | $\pm j\ 1{,}1913$ | $\pm j\ 0{,}8790$ |
| — | — | $-0{,}07912$ | $-0{,}04551$ | $-0{,}04164$ |
| — | — | $\pm j\ 1{,}0732$ | $\pm j\ 0{,}8957$ | $\pm j\ 1{,}1361$ |
| — | — | — | $-0{,}05657$ | $-0{,}04807$ |
| — | — | — | $\pm j\ 1{,}1134$ | $\pm j\ 0{,}9527$ |
| — | — | — | — | $-0{,}05282$ |
| — | — | — | — | $\pm j\ 1{,}0468$ |
| Третьоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}2316$ | | | | |
| $-0{,}7297$ | $-0{,}07253$ | $-0{,}01792$ | $-0{,}04195$ | $-0{,}0079$ |
| $\pm j\ 0{,}8871$ | $\pm j\ 0{,}9973$ | $\pm j\ 0{,}8890$ | $\pm j\ 0{,}9991$ | $\pm j\ 0{,}8899$ |
| $-0{,}09210$ | $-0{,}03200$ | $-0{,}02266$ | $-0{,}01145$ | $-0{,}0100$ |
| $\pm j\ 1{,}1196$ | $\pm j\ 0{,}8879$ | $\pm j\ 1{,}1243$ | $\pm j\ 0{,}8896$ | $\pm j\ 1{,}1235$ |
| — | $-0{,}04053$ | $-0{,}04663$ | $-0{,}01446$ | $-0{,}02247$ |
| — | $\pm j\ 1{,}1246$ | $\pm j\ 0{,}9512$ | $\pm j\ 1{,}1238$ | $\pm j\ 0{,}9178$ |
| — | — | $-0{,}05140$ | $-0{,}03149$ | $-0{,}02665$ |
| — | — | $\pm j\ 1{,}0487$ | $\pm j\ 0{,}9296$ | $\pm j\ 1{,}0888$ |
| — | — | — | $-0{,}03639$ | $-0{,}03250$ |
| — | — | — | $\pm j\ 1{,}0744$ | $\pm j\ 0{,}9686$ |
| — | — | — | — | $-0{,}03459$ |
| — | — | — | — | $\pm j\ 1{,}0312$ |

*Таблица 20*

*Полюсы равноволновой полосовой аппроксимирующей функции для неравномерности $a_1$=1 дб*

| $n$=4 | $n$=6 | $n$=8 | $n$=10 | $n$=12 |
|---|---|---|---|---|
| Октавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}$ =0,7071 | | | | |
| —0,1345 | —0,1747 | —0,03311 | —0,1023 | —0,01467 |
| ± $j$ 0,7160 | ± $j$ 0,9846 | ± $j$ 0,7100 | ± $j$ 0,9947 | ± $j$ 0,7084 |
| —$j$0,2535 | —0,05901 | —0,0655 | —0,02116 | —0,0292 |
| ± $j$ 1,3489 | ± $j$ 0,7119 | ± $j$ 1,4053 | ± $j$ 0,7090 | ± $j$ 1,4108 |
| — | —0,1156 | —0,1019 | —0,04205 | —0,04506 |
| — | ± $j$ 1,3949 | ± $j$ 0,8594 | ± $j$ 1,4091 | ± $j$ 0,7737 |
| — | — | —0,01361 | —0,06523 | —0,0750 |
| — | — | ± $j$ 1,1474 | ± $j$ 0,8035 | ± $j$ 1,2879 |
| — | — | — | —0,1003 | —0,07431 |
| — | — | — | ± $j$ 1,2362 | ± $j$ 0,9070 |
| — | — | — | — | —0,08973 |
| — | — | — | — | ± $j$ 1,09517 |
| Полуоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}$ =0,3483 | | | | |
| —0,08078 | —0,08596 | —0,02019 | —0,05039 | —0,008971 |
| ± $j$ 0,8517 | ± $j$ 0,9962 | ± $j$ 0,8430 | ± $j$ 0,9987 | ± $j$ 0,8417 |
| —0,1103 | —0,03587 | —0,02839 | —0,0129 | —0,01265 |
| ± $j$ 1,1635 | ± $j$ 0,8449 | ± $j$ 1,1855 | ± $j$ 0,8422 | ± $j$ 1,1877 |
| — | —0,0501 | —0,05449 | —0,01821 | —0,02585 |
| — | ± $j$ 1,1813 | ± $j$ 0,9298 | ± $j$ 1,1870 | ± $j$ 0,8809 |
| — | — | —0,06280 | —0,03646 | —0,03328 |
| — | — | ± $j$ 1,0717 | ± $j$ 0,8982 | ± $j$ 1,1342 |
| — | — | — | —0,04511 | —0,03853 |
| — | — | — | ± $j$ 1,1114 | ± $j$ 0,9539 |
| — | — | — | — | —0,04227 |
| — | — | — | — | ± $j$ 1,0466 |
| Третьоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}$ =0,2316 | | | | |
| —0,05698 | —0,05713 | —0,01432 | —0,03351 | —0,00637 |
| ± $j$ 0,8997 | ± $j$ 0,9983 | ± $j$ 0,8924 | ± $j$ 0,9994 | ± $j$ 0,8915 |
| —0,07015 | —0,02542 | —0,01798 | —0,0092 | —0,00801 |
| ± $j$ 1,1070 | ± $j$ 0,8939 | ± $j$ 1,1202 | ± $j$ 0,8918 | ± $j$ 1,1216 |
| — | —0,03178 | —0,03716 | —0,01152 | —0,01801 |
| — | ± $j$ 1,1176 | ± $j$ 0,9531 | ± $j$ 1,1211 | ± $j$ 0,9191 |
| — | — | —0,04083 | —0,02520 | —0,0213 |
| — | — | ± $j$ 1,0475 | ± $j$ 0,9312 | ± $j$ 1,0087 |
| — | — | — | —0,02903 | —0,02603 |
| — | — | — | ± $j$ 1,0730 | ± $j$ 0,9692 |
| — | — | — | — | —0,02769 |
| — | — | — | — | ± $j$ 1,0309 |

*Таблица 21*

*Полюсы полосовой аппроксимирующей L-функции для неравномерности $a_1=3$ дб*

| $n=4$ | $n=6$ | $n=8$ | $n=10$ | $n=12$ |
|---|---|---|---|---|
| Октавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}7071$ | | | | |
| −0,1876 | −0,2191 | −0,1695 | −0,1655 | −0,1419 |
| $\pm j$ 0,7519 | $\pm j$ 0,9757 | $\pm j$ 0,8624 | $\pm j$ 0,9862 | $\pm j$ 0,9067 |
| −0,3123 | −0,08472 | −0,2193 | −0,1089 | −0,1685 |
| $\pm j$ 1,2519 | $\pm j$ 0,7245 | $\pm j$ 1,1163 | $\pm j$ 0,8043 | $\pm j$ 1,07646 |
| — | −0,01592 | −0,05593 | −0,1653 | −0,08293 |
| — | $\pm j$ 1,3616 | $\pm j$ 0,7171 | $\pm j$ 1,2208 | $\pm j$ 0,7777 |
| — | — | −0,1081 | −0,03679 | −0,1355 |
| — | — | $\pm j$ 1,3860 | $\pm j$ 0,7134 | $\pm j$ 1,2713 |
| — | — | — | −0,07209 | −0,02740 |
| — | — | — | $\pm j$ 1,3979 | $\pm j$ 0,7123 |
| — | — | — | — | −0,05391 |
| — | — | — | — | $\pm j$ 1,4017 |
| Полуоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}3483$ | | | | |
| −0,1079 | −0,1079 | −0,08977 | −0,08141 | −0,07325 |
| $\pm j$ 0,8769 | $\pm j$ 0,9942 | $\pm j$ 0,9348 | $\pm j$ 0,9966 | $\pm j$ 0,9562 |
| −0,1383 | −0,05075 | −0,1017 | −0,06066 | −0,07965 |
| $\pm j$ 1,1232 | $\pm j$ 0,8535 | $\pm j$ 1,0599 | $\pm j$ 0,9004 | $\pm j$ 1,0397 |
| — | −0,06941 | −0,03383 | −0,07447 | −0,04731 |
| — | $\pm j$ 1,1674 | $\pm j$ 0,8479 | $\pm j$ 1,1055 | $\pm j$ 0,8843 |
| — | — | −0,04697 | −0,02236 | −0,06031 |
| — | — | $\pm j$ 1,1774 | $\pm j$ 0,8452 | $\pm j$ 1,1275 |
| — | — | — | −0,3127 | −0,01667 |
| — | — | — | $\pm j$ 1,1823 | $\pm j$ 0,8443 |
| — | — | — | — | −0,02338 |
| — | — | — | — | $\pm j$ 1,1839 |
| Третьоктавная полоса пропускания $\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}=0{,}2316$ | | | | |
| −0,07517 | −0,07180 | −0,06103 | −0,05419 | −0,04942 |
| $\pm j$ 0,9181 | $\pm j$ 0,9974 | $\pm j$ 0,9572 | $\pm j$ 0,9985 | $\pm j$ 0,9713 |
| −0,08858 | −0,03580 | −0,06634 | −0,04187 | −0,05224 |
| $\pm j$ 1,0819 | $\pm j$ 0,9003 | $\pm j$ 1,0404 | $\pm j$ 0,9331 | $\pm j$ 1,0268 |
| — | −0,04409 | −0,02394 | −0,04798 | −0,03289 |
| — | $\pm j$ 1,1089 | $\pm j$ 0,8960 | $\pm j$ 1,0695 | $\pm j$ 0,9218 |
| — | — | −0,2979 | −0,01584 | −0,03866 |
| — | — | $\pm j$ 1,1151 | $\pm j$ 0,8940 | $\pm j$ 1,0834 |
| — | — | — | −0,01981 | −0,01183 |
| — | — | — | $\pm j$ 1,1182 | $\pm j$ 0,8933 |
| — | — | — | — | −0,01481 |
| — | — | — | — | $\pm j$ 1,1191 |

*Таблица 22*

*Перечень формул для расчета полосовых звеньев второго порядка*

| Тип звена | Схема звена | Условия для определения величины резисторов *RC*-цепей | Оптимальные соотношения элементов *RC*-цепей | Величины элементов *RC*-цепей | Величины коэффициентов передачи усилителей |
|---|---|---|---|---|---|
| ПЗН | Рис. 2-16 | $R_2 \leqslant \dfrac{\dfrac{\Delta\omega_0}{\omega_0}}{\dfrac{\Delta\omega_0}{\omega_0}+\dfrac{1}{2}\dfrac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}} R_{вх}$ | $R_{опт}=\dfrac{2\alpha'_к}{\alpha_{R'}+\alpha_{C'}+\alpha'_к}$; $C'=1$ | $C_1=C_2=\dfrac{1}{2\pi f_0 R_2\sqrt{R'}}$; $R_1=R_2R'$ | $K=2+R'-2\xi\sqrt{R'}$ |
| ПЗИ | Рис. 2-19 | $R_{1,2} \leqslant \left[\dfrac{2-\gamma'_1+\sqrt{(\gamma'_1-2)^2+4(\gamma'_1-1)}}{2(\gamma'_1-1)}\right] R_{вх}$; $\gamma'_1=\dfrac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}}\Big/\dfrac{\Delta\omega_0}{\omega_0}$ | $C'_{опт}=\dfrac{\alpha'_к}{\alpha_{к'}+\alpha_{C'}+\alpha_{R'}}$; $R'=1$ | $R_1=R_2$; $C_2=\dfrac{1}{2\pi f_0\sqrt{C'}R_2}$ $C_1=C_2C'$ | $K=1+C'-2\xi\sqrt{C'}$ |

ривать условия для наилучшей развязки звеньев. Практика показала, что звенья с изолированными секциями $RC$-цепей в значительно меньшей степени подвержены указанному влиянию, чем с неизолированными секциями, вследствие чего им следует отдавать предпочтение при конструировании УПФ. Надо отметить, что в узкополосных фильтрах возможно применение звеньев с неизолированными секциями, но для обеспечения необходимой развязки требуются буферные усилители, что в общем итоге не дает экономии активных элементов.

В соответствии с выбранной схемой производится расчет элементов звеньев фильтра. Звенья ЗНЧ и ЗВЧ рассчитываются по рассмотренной выше методике. Расчет элементов полосовых звеньев аналогичен и производится по формулам табл. 22. Рассмотрим некоторые примеры расчета УПФ.

**Пример 1.** Рассчитать баттервортовский октавный ПФ, отвечающий следующим требованиям:

ширина полосы пропускания — 1 октава;

средняя частота — 63 *гц*;

неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_1 \leqslant 3$ *дб*;

коэффициент прямоугольности $K_{\text{п } 18\ \text{дб}} \leqslant 2{,}12\ K_{\text{п } 40\ \text{дб}} \leqslant 4{,}95$;

температура окружающей среды +20—60 °С.

Расчет.

По номограмме (рис. 3-1) для $a_1 = 3$ *дб* и указанных значений $K_{\text{п}}$ определяем значение порядка аппроксимации. Для уровней 18 и 40 *дб* при $n = 3$ $K_{\text{п}}$ равны заданным, т. е. соответствуют границе допустимых значений. Для обеспечения запаса по избирательности фильтра принимаем значение порядка аппроксимации $n = 4$. Так как порядок полосовой функции удваивается, то из табл. 17 выписываем значения полюсов для $n = 8$:

$$p_{1,\,2} = -0{,}09295 \pm j0{,}7175; \quad p_{5,\,6} = -0{,}2804 \pm j0{,}8206;$$

$$p_{3,\,4} = -0{,}1775 \pm j1{,}3707; \quad p_{7,\,8} = -0{,}3728 \pm j1{,}0911.$$

При $n = 8$ *пф* реализуется четырьмя звеньями второго порядка. Вследствие простоты межкаскадных связей реализацию следует выполнить звеньями верхних и нижних частот, при этом имеем два звена типа ЗВЧ и два звена — ЗНЧ. Определим их параметры.

Для I звена

$$\omega_{01} = \sqrt{\sigma_1^2 + \omega_1^2} = \sqrt{(0{,}09295)^2 + (0{,}7175)^2} = 0{,}723;$$

$$\xi_1 = \frac{|\sigma_1|}{\omega_{01}} = \frac{0{,}0929}{0{,}7230} = 0{,}128.$$

Для II звена

$$\omega_{02} = \sqrt{\sigma_2^2 + \omega_2^2} = \sqrt{(0{,}1775)^2 + (1{,}3707)^2} = 1{,}385;$$

$$\xi_2 = \frac{|\sigma_2|}{\omega_{02}} = \frac{0{,}1775}{1{,}3850} = 0{,}128.$$

Для III звена

$$\omega_{03} = \sqrt{\sigma_3^2 + \omega_3^2} = \sqrt{(0{,}2804)^2 + (0{,}8206)^2} = 0{,}867;$$

$$\xi_3 = \frac{|\sigma_3|}{\omega_{03}} = \frac{0{,}2804}{0{,}8671} = 0{,}324.$$

Для IV звена

$$\omega_{04} = \sqrt{\sigma_4^2 + \omega_4^2} = \sqrt{(0{,}3728)^2 + (1{,}0911)^2} = 1{,}153;$$

$$\xi_4 = \frac{|\sigma_4|}{\omega_{04}} = \frac{0{,}3728}{1{,}153} = 0{,}323.$$

По найденным значениям собственных частот звеньев определим их типы. Полученные величины $\omega_0$ нормированы относительно средней частоты фильтра, поэтому II и IV звенья с собственными частотами, большими единицы, являются звеньями нижних частот, а I и III звенья с собственными частотами, меньшими единицы, — звеньями верхних частот.

Переходя к абсолютным величинам собственных частот, получаем следующие значения:

$$f_{01} = \omega_{01} f_c = 0{,}723 \cdot 63 \text{ гц} = 45{,}6 \text{ гц} — (\text{ЗВЧ});$$

$$f_{02} = \omega_{02} f_c = 1{,}385 \cdot 63 \text{ гц} = 87 \text{ гц} — (\text{ЗНЧ});$$

$$f_{03} = \omega_{03} f_c = 0{,}867 \cdot 63 \text{ гц} = 54{,}6 \text{ гц} — (\text{ЗВЧ});$$

$$f_{04} = \omega_{04} f_c = 1{,}153 \cdot 63 \text{ гц} = 72{,}6 \text{ гц} — (\text{ЗНЧ}),$$

Для реализации фильтра применим звенья типа ЗНЧ2И, в которых используем бумажные конденсаторы типа К4ОУ-9, резисторы типа УЛИ и транзисторные усилители. Определим значения резисторов $RC$-цепей звеньев, исходя из величины допустимого изменения собственных частот вследствие нестабильности входных сопротивлений усилителей. Величину допустимой нестабильности собственных частот звеньев принимаем $\Delta\omega_0/\omega_0 = 0{,}03$.

Для температурного коэффициента изменения $R_{вх}$ усилителей, равного $\alpha_{вх} = 1\%$ *град*$^{-1}$, нестабильность $R_{вх}$ для заданного изменения температур 40 °С будет равна $\Delta R_{вх}/R_{вх} = 0{,}4$. По формуле для определения величин резисторов $RC$-цепей ЗНЧ2И находим $R_{1,2}$:

$$R_{1,2} \leqslant \left[\frac{2 - \gamma'_1 + \sqrt{(\gamma'_1 - 2)^2 + 4(\gamma'_1 - 1)}}{2(\gamma'_1 - 1)}\right] R_{вх} \leqslant 0{,}08\ R_{вх};$$

$$\gamma'_1 = \frac{\Delta R_{вх}}{R_{вх}} \Big/ \frac{\Delta\omega_0}{\omega_0} = \frac{0{,}4}{0{,}03} = 13{,}3.$$

Считая входные сопротивления усилителей равными 1,5 *Ом*, получаем $R_{1,2} \leqslant 120$ *ком*. Для расчета принимаем величины резисторов $R_{1,2} = 100$ *ком*.

Для применяемых типов деталей и усилителей найдем оптимальные соотношения элементов $RC$-цепей. В соответствии с данными параграфа 3-2 для резисторов и конденсаторов этого типа справедливы следующие значения температурных изменений $C'$ и $R'$:

$$\alpha_{C'} = 0{,}02 \text{ и } \alpha_{R'} = 0.$$

Для $R_{г.экв}=100$ *ком* ТКК двухкаскадного усилителя согласно формуле (2-71) имеет величину $\alpha_к=0{,}05\% \cdot град^{-1}$. Тогда $\alpha'_к = \alpha_к \Delta t = 0{,}05 \cdot 10^{-2} \cdot 40\ °C = 0{,}02$.

Подставляя найденные значения $\alpha_{C'}$, $\alpha_{R'}$ и $\alpha'_к$ в формулу для определения оптимального соотношения емкостей *RC*-цепи ЗНЧ2И, находим:

$$C'_{опт} = \frac{\alpha'_к + \alpha_{C'} + \alpha_{R'}}{\alpha'_к} = 1 + \frac{\alpha_{C'}}{\alpha'_к} = 2.$$

Определим теперь величины резисторов *RC*-цепей ЗВЧ2И (рис. 2-13).

Так как условия для определения величин резисторов *RC*-цепей ЗНЧ2И и ЗВЧ2И идентичны, а параметр $\gamma'_1$ имеет то же значение, получаем аналогичное соотношение между величиной резистора $R_2$ и входным сопротивлением усилителя ЗВЧ2И:

$$R_2 \leqslant 0{,}08 R_{вх}.$$

Считая для схем ЗВЧ входное сопротивление двухкаскадного транзисторного усилителя равным 3 *Мом*, получаем $R_2 \leqslant 240$ *ком*. Для расчета принимаем $R_2 = 200$ *ком*.

Определим оптимальное соотношение между величинами резисторов *RC*-цепей ЗВЧ2И, исходя из следующих значений температурных изменений величин $C'$, $R'$ и $K$:

$$\alpha_{C'} = 0{,}02;\ \alpha_{R'} = 0 \text{ и } \alpha'_к = 0{,}01.$$

Подставляя данные величины в формулу для определения $R'_{опт}$ в ЗНЧ2И, находим:

$$R'_{опт} = \frac{\alpha'_к}{\alpha_{R'} + \alpha_{C'} + \alpha'_к} = \frac{0{,}01}{0{,}02 + 0{,}01} = 0{,}33.$$

Рассчитаем элементы *RC*-цепей звеньев нижних и верхних частот. Для звеньев нижних частот:

II звено:

$$C_{22} = \frac{1}{2\pi f_{02} R_{22} \sqrt{C'}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 87 \cdot 100 \cdot 10^3 \sqrt{2}} = 0{,}0129\ мкф;$$

$$C_{12} = C_{22} C' = 0{,}0129 \cdot 2 = 0{,}0258\ мкф;$$

$$R_{12} = R_{22} = 100\ ком;$$

$$K_2 = 1 + \frac{1}{C'} - \frac{2\xi_2}{\sqrt{C'}} = 1{,}5 - \frac{0{,}256}{\sqrt{2}} = 1{,}32;$$

$$K_{21} = K_{22} = \sqrt{K_2} = \sqrt{1{,}32} \approx 1{,}15.$$

В обозначениях коэффициентов передачи усилителей первая цифра индекса обозначает номер звена, вторая — номер усилителя.

IV звено:

$$C_{24} = \frac{1}{2\pi f_{04} R_{24} \sqrt{C'}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 72{,}6 \cdot 100 \cdot 10^3 \sqrt{2}} = 0{,}0155\ мкф;$$

$$C_{14} = C_{24} C' = 0{,}0155 \cdot 2 = 0{,}031\ мкф;$$

$$R_{14} = R_{24} = 100\ ком;$$

$$K_4 = 1 + \frac{1}{C'} - \frac{2\xi_4}{\sqrt{C'}} = 1{,}5 - \frac{0{,}648}{\sqrt{2}} = 1{,}04;$$

$$K_{41} = K_{42} = \sqrt{K_4} = \sqrt{1{,}04} = 1{,}02.$$

Для звеньев верхних частот:
I звено:

$$C_{21} = \frac{1}{2\pi f_{01} R_{21} \sqrt{R'}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 45{,}6 \cdot 200 \cdot 10^3 \sqrt{0{,}33}} = 0{,}0304 \text{ мкф};$$

$$C_{11} = C_{21} C' = 0{,}0304 \text{ мкф};$$

$$R_{11} = R_{21} R' = 200 \cdot 10^3 \cdot 0{,}33 = 66 \text{ ком};$$

$$K_1 = 1 + R' - 2\xi_1 \sqrt{R'} = 1{,}33 - 0{,}256 \sqrt{0{,}33} \approx 1{,}1;$$

$$K_{11} = K_{12} = \sqrt{1{,}1} = 1{,}05.$$

III звено:

$$C_{23} = \frac{1}{2\pi f_{03} R_{23} \sqrt{R'}} = \frac{1}{6{,}28 \cdot 54{,}6 \cdot 200 \cdot 10^3 \sqrt{0{,}33}} = 0{,}0253 \text{ мкф};$$

$$C_{13} = C_{23} = 0{,}0253 \text{ мкф};$$

$$R_{13} = R_{23} R' = 200 \cdot 10^3 \cdot 0{,}33 = 66 \text{ ком};$$

$$K_3 = 1 + R' - 2\xi_3 \sqrt{R'} = 1{,}33 - 0{,}648 \sqrt{0{,}33} = 0{,}96;$$

$$K_{31} = K_{32} = 0{,}98.$$

По данным расчета выполнен октавный ПФ восьмого порядка, принципиальная схема которого показана на рис. 3-17. Звенья соединены в соответствии с нумерацией, введенной при расчете. На схеме указаны расчетные значения величин резисторов и конденсаторов $RC$-цепей звеньев. О требованиях к точности подбора номина-

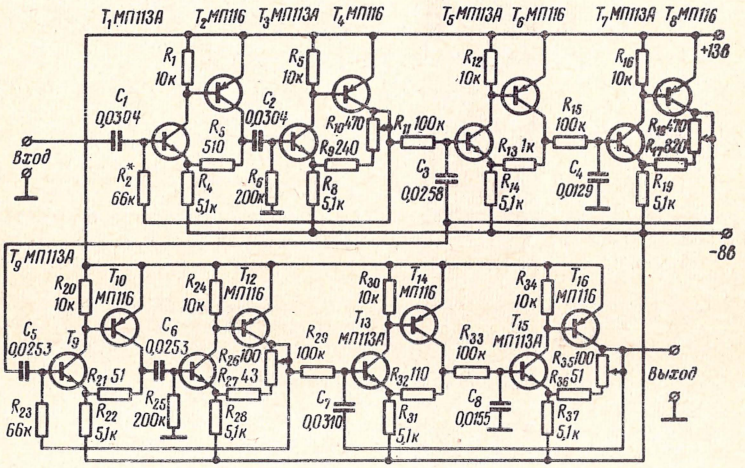



Рис. 3-17. Схема полосового октавного баттервортовского фильтра.

лов данных деталей и о методике настройки УПФ будет сказано ниже. График АЧХ фильтра (рис. 3-18) показывает, что полученные параметры вполне удовлетворительно совпадают с расчетными. Результаты измерений стабильности фильтра при +60 °С показывают, что по сравнению с нормальными условиями коэффициент передачи фильтра возрос на 0,5 *дб*, частоты среза увеличились примерно на 6%, коэффициент прямоугольности на уровнях 18 и 40 *дб* остался практически неизменным.

Увеличение коэффициента передачи фильтра в полосе пропускания объясняется положительным ТКК усилителей звеньев. При необходимости нестабильность коэффициента передачи фильтра может быть уменьшена применением в усилителях ЗНЧ2И компенсирующих диодных цепочек, включаемых параллельно участкам коллектор — эмиттер входных транзисторов данных усилителей.

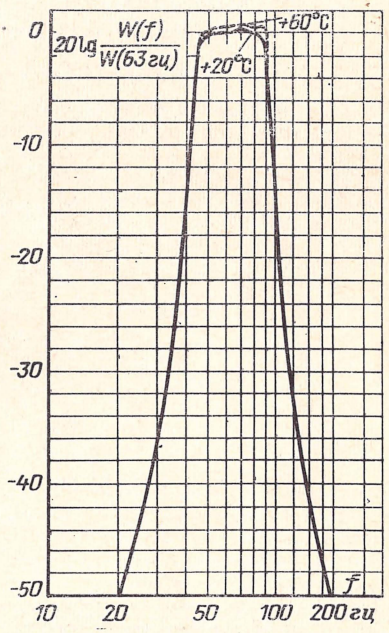



Рис. 3-18. АЧХ полосового октавного баттервортовского фильтра.

**Пример 2.** Рассчитать чебышевский октавный ПФ, отвечающий требованиям, изложенным в предыдущем примере, и имеющий неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_1=1$ *дб*.

Расчет.

По номограмме (рис. 3-2) находим $n=3$.

Из табл. 20 выписываем значения полюсов равноволновой полосовой аппроксимирующей функции шестого порядка:

$p_{1,2}=-0{,}0590\pm j0{,}7119;$

$p_{3,4}=-0{,}1747\pm j0{,}9846;$

$p_{5,6}=-0{,}1156\pm j1{,}3949.$

При $n=6$ ПФ реализуется тремя звеньями второго порядка, из которых одно является звеном верхних частот, второе — полосовым, а третье — нижних частот.

Расчет параметров дает следующий результат:

для I звена

$$\omega_{01}=\sqrt{\sigma_1^2+\omega_1^2}=0{,}71;\ \xi_1=\frac{|\sigma_1|}{\omega_{01}}=0{,}082;$$

для II звена

$$\omega_{02}=\sqrt{\sigma_2^2+\omega_2^2}\approx 1;\quad \xi_2=0{,}175;$$

для III звена

$$\omega_{03}=\sqrt{\sigma_3^2+\omega_3^2}\approx 1{,}4;\quad \xi_3=0{,}082.$$

По найденным значениям собственных частот определим типы звеньев. Второе звено, с $\omega_{02}=1$, следует выполнить полосовым, первое, с $\omega_{01}<1$, — звеном верхних частот, а третье, $\omega_{03}>1$, — звеном нижних частот.

Переходя к абсолютным значениям собственных частот, получаем следующие данные:

$$f_{01}=\omega_{01}f_c=0{,}71\cdot 63\ гц=45\ гц\ (ЗВЧ);$$

$$f_{02}=\omega_{02}f_c=1\cdot 63\ гц=63\ гц\ (ПФ);$$

$$f_{03}=\omega_{03}f_c=1{,}4\cdot 63\ гц=88\ гц\ (ЗНЧ).$$

Для реализации фильтра применим звенья типа ЗНЧ2И и ПЗИ, конденсаторы типа К4ОУ-9, резисторы типа УЛИ и транзисторные усилители.

Величины резисторов *RC*-цепей звеньев ЗНЧ2И для данных типов усилителей, найденные в предыдущем примере, равны:

для ЗНЧ2И — $R_{1,2}=100$ *ком*;

для ЗВЧ2И — $R_2=200$ *ком*.

Величины резисторов *RC*-цепи звена ПЗИ определяются по соответствующим формулам табл. 22. Для расчета примем $R_{вх}$ усилителя равным 1,5 *Мом*. По данным предыдущего примера отношение нестабильностей $R_{вх}$ и $\omega_0$ составляет $\gamma'_1=13{,}3$. Следовательно, резисторы *RC*-цепи ПЗИ, определенные по указанной выше формуле, могут быть $R_{1,2}\leqslant 120$ *ком*, на основании чего для расчета принимаем $R_{1,2}=100$ *ком*. Оптимальные соотношения элементов *RC*-цепи, полученные в предыдущем примере для ЗНЧ2И и ЗВЧ2И, имеют соответственно следующие величины:

$$C'=2;\ R'=1;\ R'_{опт}=0{,}33;\ C'=1.$$

При $\alpha_{c'}=0{,}02$ и $\alpha_{R'}=0$, определенных выше для конденсаторов типа К4ОУ-9 и резисторов типа УЛИ, а также при $\alpha'_к=0{,}012$, найденном экспериментально, величина $C'_{опт}$ для звена типа ПЗИ имеет следующее значение:

$$C'_{опт}=\frac{\alpha'_к}{\alpha'_к+\alpha_{c'}+\alpha_{R'}}=\frac{0{,}012}{0{,}012+0{,}02}=0{,}375.$$

Расчет элементов *RC*-цепей и коэффициентов передачи усилителей звеньев дает следующие результаты:

для I звена $C_{11}=C_{21}=0{,}0307$ *мкф*; $R_{11}=66$ *ком*, $R_{21}=200$ *ком*, $K_1=1{,}23$, $K_{11}=K_{12}=1{,}11$;

для II звена $C_{12}=0{,}0155$ *мкф*; $C_{22}=0{,}0413$ *мкф*, $R_{12}=R_{22}=100$ *ком*, $K_2=1{,}16$, $K_{21}=K_{22}=1{,}08$;

для III звена $C_{13}=0{,}0254$ *мкф*, $C_{23}=0{,}0127$ *мкф*, $R_{13}=R_{23}=100$ *ком*, $K_3=1{,}39$, $K_{31}=K_{32}=1{,}18$.

Принципиальная схема фильтра, выполненная в соответствии с расчетом, представлена на рис. 3-19. Звенья соединены в порядке номеров, присвоенных им при расчете. Звено верхних частот связано с полосовым с помощью цепи, состоящей из резисторов $R_9$, $R_{10}$ и $R_{15}$. В полосовом звене для подачи напряжения обратной связи и входного сигнала используются разные входы. Напряжение обратной связи подается в цепь базы транзистора $T_5$, а в качестве второго входа используется его же эмиттер. Цепь связи такого вида позволяет обойтись без конденсаторов и в то же время обеспечивает развязку звеньев по постоянному току, так как ввиду равенства падения напряжений на резисторах $R_9$ и $R_{15}$ постоянный ток в резисто-

ре связи $R_{10}$ отсутствует. Полосовое звено и ЗНЧ связаны гальванически. На схеме, как и в предыдущих примерах, указаны расчетные величины резисторов и конденсаторов $RC$-цепей. На рис. 3-20 приведен график АЧХ, показывающий, что фильтр обеспечивает требуемые величины коэффициентов прямоугольности. Испытание фильтра при +60 °С показало, что он имеет вполне удовлетворительную стабильность. Температурный рост коэффициента передачи УПФ в полосе пропускания, равный примерно 0,5 *дб*, объясняется положительным ТКК усилителей звеньев. Данная нестабильность коэффициента передачи фильтра может быть уменьшена путем применения температурной компенсации, рассмотренной в параграфе 2-5.

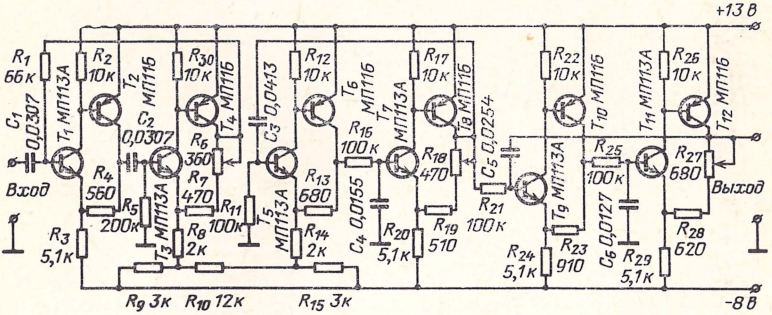



Рис. 3-19. Схема полосового октавного чебышевского фильтра.

**Пример 3.** Рассчитать баттервортовский третьоктавный ПФ восьмого порядка со средней частотой $f_c=63$ *гц* и неравномерностью в полосе пропускания $a_1=1$ *дб*. Температура окружающей среды +20—60 °С.

Расчет.

Восьмому порядку полосовой аппроксимирующей функции соответствует четвертый порядок низкочастотной аппроксимации. Из диаграммы рис. 3-1 видно, что при $a_1=1$ *дб* данный порядок обеспечивает требуемый $K_п$ фильтра (см. табл. 2). Для нахождения полюсов полосовой аппроксимирующей функции применим формулы частотного преобразования. Так как для третьоктавного фильтра $\Delta\omega'/\omega_c=0{,}2316$, то в соответствии с выводами, сделанными в параграфе 1-5, в данном случае может быть применена формула узкополосного приближения (1-99). Для $n=4$ из табл. 4 выписываем значения полюсов низкочастотной аппроксимирующей функции:

$$p_{1,2}=-0{,}3826\pm j0{,}9238;\quad p_{3,4}=-0{,}9238\pm j0{,}3826.$$

Подставляя абсолютные величины действительных и мнимых частей низкочастотных полюсов в формулу (1-99), получаем:

$$s_{1,2}=-\frac{\sigma_1 l}{2}\pm j\left(1-\frac{\omega_1 l}{2}\right)=-\frac{0{,}3826\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\pm$$

$$\pm j\left(1-\frac{0{,}9238\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\right)=0{,}0524\pm j0{,}873;$$

$$s_{3,4}=-\frac{\sigma_1 l}{2}\pm j\left(1+\frac{\omega_1 l}{2}\right)=-\frac{0{,}3826\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\pm$$

$$\pm j\left(1+\frac{0{,}9238\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\right)=-0{,}0524\pm j1{,}126;$$

$$s_{5,6}=-\frac{0{,}9238\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\pm j\left(1-\frac{0{,}3826\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\right)=$$

$$=-0{,}126\pm j0{,}947;$$

$$s_{7,8}=-\frac{0{,}9238\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\pm j\left(1+\frac{0{,}3826\cdot 0{,}2316\cdot 1{,}183}{2}\right)=$$

$$=0{,}126\pm 1{,}052,$$

где $l=\frac{\Delta\omega'}{\omega_c}\rho$

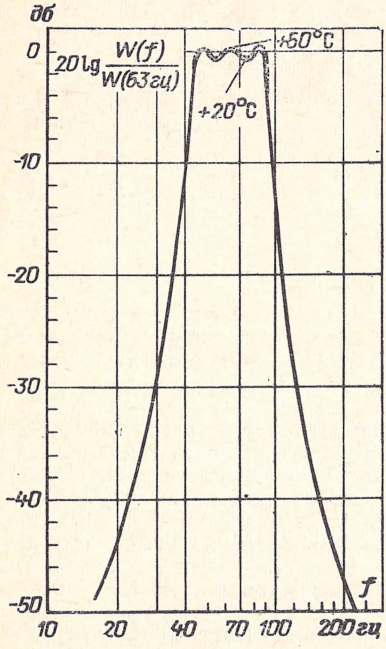



Рис. 3-20. АЧХ полосового октавного чебышевского фильтра.

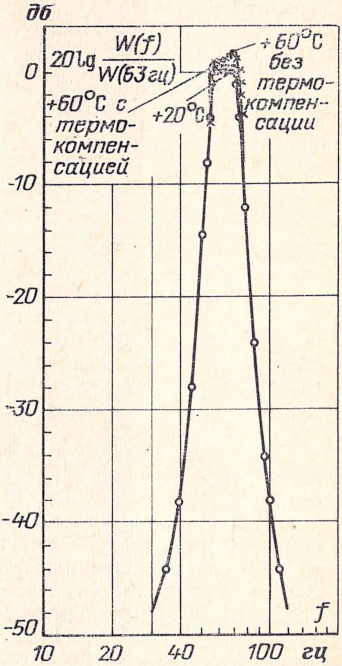



Рис. 3-21. АЧХ полосового третьоктавного баттервортовского фильтра.

По найденным значениям полюсов полосовой аппроксимации с помощью рассмотренных выше формул находим параметры звеньев:

для I звена $\omega_{01}=0{,}875$; $\xi_1=0{,}0598$;
для II звена $\omega_{02}=1{,}128$; $\xi_2=0{,}0464$;
для III звена $\omega_{03}=0{,}956$; $\xi_3=0{,}1324$;
для IV звена $\omega_{04}=1{,}059$; $\xi_4=0{,}1193$.

По значениям собственных частот определим типы звеньев. Так как нормированная средняя частота полосы пропускания равна единице, то I и III звенья, имеющие собственные частоты меньшие единицы, следует выполнить в виде ЗВЧ, а II и IV звенья с собственными частотами большими единицы — в виде ЗНЧ.

Абсолютные величины собственных частот звеньев имеют следующие значения:

$$f_{01}=\omega_{01}f_c=0{,}875\cdot 63\ гц=55{,}1\ гц\ (ЗВЧ);$$

$$f_{02}=\omega_{02}f_c=1{,}128\cdot 63\ гц=71\ гц\ (ЗНЧ);$$

$$f_{03}=\omega_{03}f_c=0{,}956\cdot 63\ гц=60{,}2\ гц\ (ЗВЧ);$$

$$f_{04}=\omega_{04}f_c=1{,}059\cdot 63\ гц=66{,}7\ гц\ (ЗНЧ).$$

Так как полоса пропускания третьоктавного фильтра достаточно узкая и собственные частоты звеньев имеют близкие значения, то для лучшей развязки звеньев необходимо их выполнить по схеме с изолированными секциями *RC*-цепей. Следовательно, для реализации фильтра применим звенья типа ЗНЧ2И и ЗВЧ2И.

Величины резисторов *RC*-цепей и оптимальные соотношения величин их элементов, определенные в предыдущих примерах, равны:

для ЗВЧ2И — $R_2=200$ *ком*; $R'_{опт}=0{,}33$; $C'=1$;

для ЗНЧ2И — $R_{1,2}=100$ *ком*; $C'_{опт}=2$; $R'=1$.

Для данных параметров и собственных частот звеньев элементы *RC*-цепей и коэффициенты передачи усилителей звеньев рассчитываются по рассмотренной выше методике.

Так как третьоктавный фильтр имеет то же число и тот же тип звеньев, что и рассчитанный выше октавный баттервортовский, то схемы их аналогичны. Применительно к обозначениям, сделанным в схеме октавного фильтра (рис. 3-18), конденсаторы *RC*-цепей и сопротивления обратной связи усилителей третьоктавного фильтра имеют следующие величины:

$C_1=C_2=0{,}0251$ *мкф*; $R_5=560$ *ом*; $R_9=510$ *ом*; $C_3=0{,}0316$ *мкф*; $C_4=0{,}0158$ *мкф*; $C_{13}=1$ *к*, $R_{17}=1$ *к*; $R_{18}=820$ *ом*; $C_5=C_6=0{,}230$ *мкф*; $R_2=470$ *ом*; $R_{26}=330$ *ом*.

$R_{27}=430$ *ом*; $C_7=0{,}0336$ *мкф*; $C_8=0{,}0168$ *мкф*; $R_{32}=820$ *ом*; $R_{35}=510$ *ом*; $R_{36}=720$ *ом*.

Остальные элементы имеют величины, указанные на рис. 3-18.

График АЧХ (рис. 3-21) показывает, что фильтр обеспечивает необходимую избирательность. Испытания фильтра при +60 °С показали, что коэффициент передачи в полосе пропускания возрос на 2 *дб*, а полоса пропускания на уровне 1 *дб* увеличилась на 2,5%. Такие изменения АЧХ объясняются температурным уменьшением коэффициентов затухания звеньев вследствие положительных ТКК усилителей. Данное явление имело место и в ранее рассмотренных типах фильтров, однако оно проявилось не так сильно и нестабильность параметров фильтров была вполне приемлемой. Звенья третьоктавного фильтра по сравнению с другими типами рассчитанных фильтров имеют меньшие коэффициенты затухания, вследствие чего их чувствительность к изменению температуры возрастает. Для уменьшения нестабильности коэффициента затухания звеньев была применена температурная компенсация. С этой целью параллельно участкам коллектор — эмиттер транзисторов $T_1$, $T_3$, $T_5$, $T_7$, $T_9$, $T_{11}$, $T_{13}$ и $T_{15}$ были подключены германиевые точечные диоды типа Д9. Отрицательный ТКС диодов позволил уменьшить ТКК усилителей

воспроизведении записи. Так как частоты указанных помех часто располагаются выше спектра регистрируемого процесса, то эффективным средством защиты от них является фильтрация. Ввиду того что участок спектра вблизи нуля является информативным, к данным фильтрам предъявляются дополнительные требования по стабильности постоянной составляющей выходного напряжения. Принципиальная схема ФНЧ со стабилизирован-

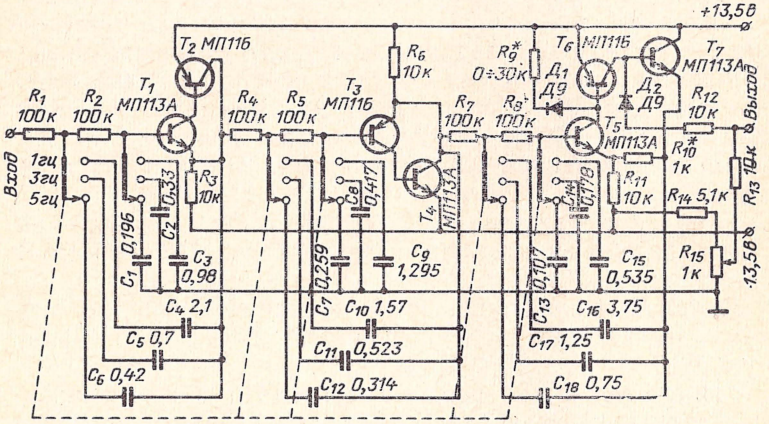



Рис. 4-1. Схема ФНЧ со стабилизированным уровнем постоянной составляющей.

ным уровнем постоянной составляющей показана на рис. 4-1. Он представляет собой баттервортовский ФНЧ шестого порядка, имеющий следующие характеристики:

двойная амплитуда выходного напряжения — 5 *в*.

неравномерность в полосе пропускания $a_1 = 1$ *дб;*

крутизна затухания за частотой среза не менее 30 *дб/окт;*

двойная амплитуда выходного напряжения — 5 *в*.

температурный дрейф постоянной составляющей в диапазоне температур 10—30 °С не превышает ±25 *мв*.

Для температурной стабилизации в фильтре использован описанный в параграфе 2-6 принцип, основанный на применении в усилителях звеньев триодов с разным типом проводимости. На входе усилителя I звена включен транзистор с проводимостью *n-p-n*. С ростом температуры постоянное напряжение на выходе этого усилителя увеличивается относительно нулевого потенциала

схемы. На входе усилителя II звена фильтра включен транзистор с проводимостью *p-n-p*. Постоянная составляющая этого усилителя с ростом температуры уменьшается. Разные знаки и близкие абсолютные величины температурных изменений постоянных составляющих обоих усилителей обеспечивают их взаимную компенсацию. Температурная стабилизация постоянной составляющей III звена обеспечивается диодно-резистивными цепочками, включенными параллельно участкам база — эмиттер транзисторов $T_6$ и $T_7$. Действие цепочек рассмотрено в параграфе 2-6, отметим только, что заданная стабильность достигается подбором величины резистора $R_9$, определяющей температурный коэффициент цепочки $R_9Д_1$.

Стабильность постоянной составляющей фильтра в значительной мере определяется температурными условиями транзисторов. Для обеспечения идентичности условий все транзисторы помещены в теплоотвод, выполненный из фторопласта, обладающего высокой теплопроводностью. Эти меры обеспечивают температурный дрейф выходного напряжения меньший, чем 1 *мв* · *град*$^{-1}$. Последний может быть обеспечен также в более широком диапазоне температур, если III звено выполнить по схеме ЗНЧ2И, в котором усилители должны быть включены так же, как и первых двух звеньях.

Установка «нуля» выходного напряжения производится потенциометром $R_{15}$. Изменение частоты среза фильтра выполняется переключением конденсаторов *RC*-цепей звеньев. Перестройка резисторами в данном случае нежелательна, так как их изменение влияет на величину температурного дрейфа постоянной составляющей. В схеме применены резисторы типа УЛИ и конденсаторы типа К4ОУ-9.

## 4-2. Полосовой перестраиваемый фильтр с октавной полосой пропускания

На рис. 4-2 показана принципиальная схема октавного фильтра, входящего в состав виброизмерительной аппаратуры, предназначенной для частотного анализа и измерений вибраций. Фильтр имеет следующие характеристики:

ширина полосы пропускания — 1 октава;

средние частоты полосы пропускания $f_c$=2; 4; 8; 16; 31,5; 63; 125; 250 и 500 *гц;*

неравномерность АЧХ в полосе пропускания $a_1 = 3$ *дб*;

затухание в полосе задерживания на частотах $0{,}5 f_c$ и $2 f_c$ более 20 *дб*, на $0{,}25 f_c$ и $4 f_c$ — более 40 *дб*, а на $0{,}125 f_c$ и $8 f_c$ — не менее 60 *дб*;

коэффициент передачи фильтра в полосе пропускания при изменении температуры окружающей среды в пределах —10 до +40 °С меняется не более чем на 0,5 *дб*.

Фильтр состоит из трех звеньев второго порядка. На его входе включено звено верхних частот типа ЗВЧ2Н: II звено — полосовое (типа ПЗИ), а на выходе включено

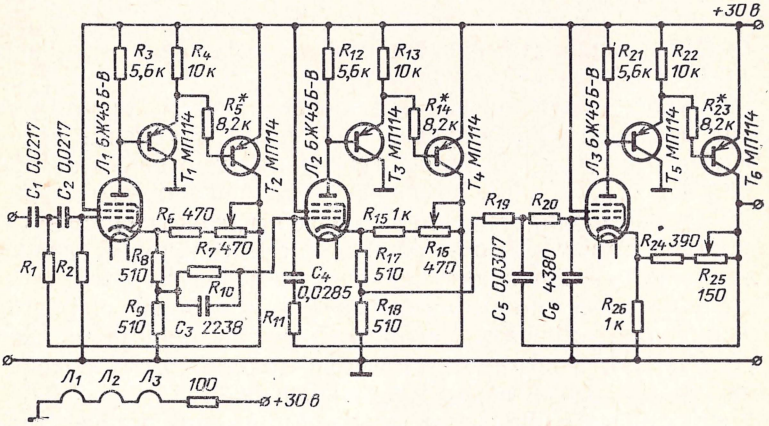



Рис. 4-2. Схема полосового перестраиваемого фильтра с октавной полосой пропускания.

звено нижних частот (типа ЗНЧ2Н). Применение звеньев с неизолированными секциями *RC*-цепей в октавном фильтре оказалось возможным благодаря ламповo-транзисторным усилителям, обеспечивающим необходимую развязку и перекрытие широкого диапазона частот, границы которого отличаются в 250 раз. Такое перекрытие частот без изменения емкостей *RC*-цепей требует соответствующего изменения величин резисторов, что возможно при использовании усилителей, имеющих не только высокое входное, но и весьма малое выходное сопротивление, определяющее границу нижних значений резисторов *RC*-цепей при перестройке.

В основу расчета фильтра была положена максимально плоская аппроксимация шестого порядка для значения неравномерности $a_1 = 3$ *дб*. Однако величины

параметров звеньев, рассчитанные по полюсам данной аппроксимации, не обеспечивают запаса по избирательности относительно стандартных требований, предъявляемых к октавным фильтрам. Поэтому для повышения избирательности фильтра при настройке были увеличены коэффициенты передачи усилителей, что дало некоторое отклонение от максимально плоской АЧХ. Примененные усилители имеют по два транзисторных каскада. Между ламповыми и выходными каскадами включены эмиттерные повторители, способствующие повышению коэффициентов усиления по напряжению при разомкнутой петле обратной связи и уменьшению выходных сопротивлений усилителей, что позволило улучшить развязку звеньев, имеющих при октавной полосе пропускания близкие значения собственных частот. Звенья соединены между собой гальванически. Так как они имеют на собственных частотах сравнительно большие коэффициенты передачи, то суммарный коэффициент передачи фильтра в полосе пропускания получается значительным. Для улучшения соотношения сигнал/шум коэффициент передачи фильтра уменьшен путем подачи на входы ПЗ и ЗНЧ части выходных напряжений предыдущих звеньев. Это позволяет увеличить уровень входного сигнала, подаваемого от усилителя с малым уровнем собственных шумов. Следует отметить, что собственные шумы фильтра возрастают с уменьшением частоты настройки, что обусловлено увеличением шумов ламп и транзисторов в диапазоне инфранизких частот и ростом э. д. с. шумов резисторов, величины которых в низкочастотном конце диапазона возрастают до 10 *Мом*.

Перестройка фильтра осуществляется изменением резисторов $RC$-цепей звеньев, которые в обозначениях схемы рис. 4-2 имеют следующие величины:

| $f_c$, *гц* | $R_1$ | $R_2$ | $R_{10}$ | $R_{11}$ | $R_{19}$ | $R_{20}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 2,5 | 10,0 | 10,0 | 10,0 | 5,0 | 5,0 |
| 4 | 1,25 | 5,0 | 5,0 | 5,0 | 2,5 | 2,5 |
| 8 | 625*к* | 2,5 | 2,5 | 2,5 | 1,25 | 1,25 |
| 16 | 312,5*к* | 1,25 | 1,25 | 1,25 | 625*к* | 625*к* |
| 31,5 | 158,7*к* | 635*к* | 635*к* | 635*к* | 317,5*к* | 317,5*к* |
| 63 | 79,4*к* | 317,5*к* | 317,5*к* | 317,5*к* | 158,7*к* | 158,7*к* |
| 125 | 40*к* | 160*к* | 160*к* | 160*к* | 80*к* | 80*к* |
| 250 | 20*к* | 80*к* | 80*к* | 80*к* | 40*к* | 40*к* |
| 500 | 10*к* | 40*к* | 40*к* | 40*к* | 20*к* | 20*к* |

## ЛИТЕРАТУРА


1. Miller C. H., Wirelles World, 1950, v. 17, № 316 (516).
2. Thiele A. N., Electronics Engineering, 1956, I, v. 28, № 335.
3. Tidelman D., Radio and Televisions News, 1951, X, v. 46, № 4.
4. Криксунов В. Г. — «Электросвязь», 1964, № 3.
5. Miller G. B., Electronics Engineering, 1958, III, v. 30, № 361.
6. White G., IRE Trans., 1955, v. AU-8, № 54.
7. Сааков Э. А.,Теория и расчет *RC*-избирательных систем. М., Госэнергоиздат, 1954.
8. Sallen R. P. and Key E. L., IRE Trans. on Circuit Theory, 1955, III, v. CT-2, № 1.
9. Fryer W. D., Electronics, 1959, IV, v. 32, № 15.
10. Mevey P. I., Electronics Engineering, 1962, VII, v. 34, № 413.
11. Gerald F., Electron. Design, 1961, 9, № 24.
12. Калахан Д. А., Современный синтез цепей. М., «Энергия», 1966.
13. Thompson W. E., Proc. IEE, 1949, v. 96.
14. Peless Y., Murakami T., RCA Review, 1957, III, v. 18.
15. Melsheimer R., Electron. Design, 1967, April 12.
16. Papoulis A., Proc. IRE, 1958, III, v. 46.
17. Fukada M., IRE Trans., 1959, IX, v. CT-6, № 3.
18. Linvill J. C., Proc. IRE, 1954, III, v. 42.
19. Yanagisawa T., IRE Trans., 1957, IX, v. CT-4.
20. Horowitz I. M., IRE Trans., 1961, VI, v. CT-8, № 2.
21. Franklin D. P., Electronics Technology, 1961, VIII, v. 38, № 28.
22. Kuh E. S., IRE International Convention Record, 1960, III, Pt 2.
23. Bangert J. T., Bell System Techn. J., 1954, 33, № 329.
24. Расчет транзисторных цепей. Под ред. Р. Ф. Ши, пер. с англ., М., «Энергия», 1964.
25. Славский Г. Н., Активные *RC* и *RCL*-фильтры и избирательные усилители. М., «Связь», 1966.
26. Тен-Най-Дьюн, «Электросвязь», 1962, № 3.
27. Тен-Най-Дьюн, «Электросвязь», 1963, № 4.
28. Хазанов Г. Л., «Электросвязь», 1961, № 12.
29. Никольс, Раух, Радиотелеметрия, пер. с англ. Изд-во иностр. лит., 1958.
30. Foster E. J., IEEE Trans. Audio, 1965, 13, № 5.
31. McMullen A. L., IEEE Mag. Circuit Design Eng., 1966, № 10.

32. Семенов В. В. и др., Сборник работ по вопросам электромеханики АН СССР, 1962, вып. 7.
33. De Pian, Meltzer A., Electronics, 1968, IX, v. 41, № 18.
34. Jach M., Sipress, IRE Trans., 1961, IX, v. CT-8.
35. Ризкин А. А. Исследование селективных систем, содержащих реактивные лампы, Научно-техн. сб. ЛЭИС, 1948, вып. 3.
36. Хазанов Г. Л., «Электросвязь», 1959, № 3.
37. Теплюк И. Н., «Электросвязь», 1969, № 2.
38. Armstrong D. B., Reza E. M., IRE Trans., 1954, v. CT-1, № 2.
39. Белецкий А. Ф., Теоретические основы электропроводной связи, Связьиздат, 1959.
40. Publ. Commiss. electrotechn. internat., 1966, № 225.
41. Балабанян Н., Синтез электрических цепей, Госэнергоиздат, 1961.
42. Альбац М. Е., Справочник по расчету фильтров и линий задержки, Госэнергоиздат, 1963.
43. Айзинов М. М., Анализ и синтез линейных радиотехнических цепей в переходном режиме, «Энергия», 1968.
44. Papoulis A., Proc. IRE, 1959, II, v. 47.
45. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф., Специальные функции. М., «Наука», 1968.
46. Степаненко И. П., Основы теории транзисторов и транзисторных схем. М., «Энергия», 1967.
47. Полковский И. М., Стабилизированные усилительные устройства на транзисторах. М., «Энергия», 1965.
48. Транзисторы и полупроводниковые диоды. Справочник под ред. Н. Ф. Николаевского, Связьиздат, 1963.
49. Шефтель И. Т., «Автоматика и телемеханика», 1953, XIV, 2.
50. Малин Б. В., Сонин Н. С., Параметры и свойства полевых транзисторов, «Энергия», 1967.
51. Севин Л., Полевые транзисторы, «Советское радио», 1968.
52. Чаповский М. З., Улучшение качественных показателей транзисторных усилителей, «Связь», 1968.
53. Ланнэ А. А., Оптимальный синтез линейных электрических цепей, «Связь», 1969.
54. Перестраиваемые фильтры верхних и нижних частот для электроакустических измерений. Проект стандарта ФРГ *DIN* № 45654.
55. Артым А. Д., Электрические корректирующие цепи и усилители, «Энергия», 1965.
56. Стюарт Дж., Теория и синтез электрических цепей, Изд-во иностр. лит., 1962.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . . 3

В-1. Общие сведения об активных *RC*-фильтрах . . 3
В-2. Основные характеристики фильтров и требования, предъявляемые к ним . . . . . 6

**Глава первая**

Типы аппроксимаций и анализ свойств аппроксимирующих функций. Основные расчетные соотношения . . . . 14

1-1. Общие положения . . . . . 14
1-2. Аппроксимация по Тейлору (максимально плоская аппроксимация) . . . . . 16
1-3. Аппроксимация по Чебышеву (равноволновая аппроксимация) . . . . . 24
1-4. Аппроксимация полиномами Лежандра (фильтры класса *L*) . . . . . 33
1-5. Метод преобразования частоты. Переход от ФНЧ к фильтрам других типов . . . . . 40

**Глава вторая**

Схемная реализация звеньев первого и второго порядков . . 55

2-1. Обобщенная блок-схема усилительного звена . . 55
2-2. Звенья нижних и верхних частот 1-го порядка . . 58
2-3. Звенья нижних и верхних частот 2-го порядка . . 59
2-4. Полосовые и режекторные звенья . . . . . 71
2-5. Характеристики усилителей звеньев. Схемные реализации усилителей . . . . . 79
2-6. Стабилизация постоянных составляющих выходных напряжений усилителей . . . . . 105
2-7. Стабильность параметров звеньев . . . . . 113

**Глава третья**

Методика инженерного расчета активных *RC*-фильтров. Рекомендации по проектированию и настройке . . . . 121

3-1. Общие положения . . . . . 121
3-2. Расчет активных *RC*-фильтров нижних частот . . 127
3-3. Расчет активных *RC*-фильтров верхних частот . . 142
3-4. Методика настройки ФНЧ и ФВЧ . . . . . 151
3-5. Расчет полосовых активных *RC*-фильтров . . . 156
3-6. Методика настройки полосовых фильтров . . . 176

**Глава четвертая**

Применение активных *RC*-фильтров в измерительной аппаратуре . . . . . 177
4-1. Фильтр нижних частот со стабилизированным уровнем постоянной составляющей . . . . . 177
4-2. Полосовой перестраиваемый фильтр с октавной полосой пропускания . . . . . 179
Литература . . . . . 182

Цена 51 коп.